

VYSOKÁ ŠKOLA EKONOMICKÁ V PRAZE

FAKULTA INFORMATIKY A STATISTIKY



DIPLOMOVÁ PRÁCE

2012

JIŘÍ FATOR

VYSOKÁ ŠKOLA EKONOMICKÁ V PRAZE

FAKULTA INFORMATIKY A STATISTIKY



Název diplomové práce:

**Využití operačního výzkumu při navrhování
linek v městské hromadné dopravě**

Podtitul:

Se zaměřením na tramvajovou síť v Praze

Autor: **Bc. Jiří Fator**

Katedra: **Katedra ekonometrie**

Obor: **Ekonometrie a operační výzkum**

Vedoucí práce: **Ing. Jan Fábry, Ph.D.**

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma „Využití operačního výzkumu při navrhování linek v městské hromadné dopravě“ vypracoval samostatně. Veškerou použitou literaturu a další podkladové materiály uvádím v seznamu na konci práce.

V Praze dne 9. května 2012

.....

Jiří Fator

PODĚKOVÁNÍ

Rád bych na tomto místě poděkoval Ing. Janu Fábrymu, Ph.D. za vedení mé diplomové práce. Zejména za umožněný přístup k optimalizačnímu softwaru, trpělivé konzultace a opravdový zájem o dané téma.

Praktické konzultace a data poskytli Ing. Blanka Brožová a Bc. Michal Andelek z organizace ROPID a Ing. Jiří Vodrážka, vedoucí oddělení Projektování a organizace dopravy v Dopravním podniku hl. m. Prahy, a. s. Za to jim děkuji.

ABSTRAKT

Název: Využití operačního výzkumu při navrhování linek v městské hromadné dopravě

Autor: Bc. Jiří Fator

Katedra: Katedra ekonometrie

Vedoucí práce: Ing. Jan Fábry, Ph.D.

Tato diplomová práce zkoumá problém plánování linek v městské hromadné dopravě jako předmět operačního výzkumu. Vychází z teorie grafů a vytváří specifický model sítě, odpovídající skutečné existující síti. Každá linka je vyjádřena jako tok částí sítě za respektování přidaných omezení. Cílem je optimalizovat stávající linkové vedení snížením počtu provozovaných linek a vytvořit tak přehlednější vedení. Zkoumaná síť není výrazně zdeformována pro potřeby běžně používaných modelů, ale naopak model je vytvořen na míru konkrétní síti, a to tramvajové dopravě v Praze. Nejde tedy o pouhý výběr některých linek z definované množiny linek. Tok sítě je vypočítán, aby splnil podmínky obslužnosti a propustnosti každého úseku. Výsledek by měl poskytnout konkrétní trasy každé provozované linky. Práce také obsahuje obrázky, schémata a odkazy na odbornou literaturu pro dokreslení problému.

Klíčová slova: linkové plánování, optimalizace, Praha, teorie grafů, tramvajová síť.

ABSTRACT

Title: Application of Operations Research in Line Planning in Urban Public Transport

Author: Bc. Jiří Fator

Department: Department of Econometrics

Supervisor: Ing. Jan Fábry, Ph.D.

This diploma thesis analyzes the problem of line planning in urban public transport as an object of Operations Research. It is based on the Theory of Graphs, building specific model network referring to a real existing network. Each line represents the flow through part of this network, respecting additional constraints. The goal is to optimize existing routing by decreasing the number of lines in service and making the routing easier to understand and remember. On the contrary to casual models, this one has been designed to perfectly describe a real existing network – tramway service in Prague, Czech Republic. Furthermore, no set of lines is given in advance. The flow is newly computed by optimizing software to fit the demand and the capacity of each branch. So the output should give the user a concrete route of each line in operation. The thesis also contents pictures, schemes and a list of literature to illustrate this problem.

Key words: line planning, optimization, Prague, Theory of Graphs, tram network.

OBSAH

	ÚVOD	6
1	TEORIE DOPRAVNÍHO PLÁNOVÁNÍ	7
1.1	Ekonomický charakter dopravy	7
1.2	Teorie navrhování linek ve veřejné dopravě	9
1.3	Multikriteriální charakter dopravního plánování	15
2	PŘEVOD TRAMVAJOVÉ SÍTĚ NA GRAF	17
2.1	Vhodnost tramvajové sítě k modelování	17
2.2	Implicitní pojetí nákladů	20
2.3	Zákaz okružních tras	20
2.4	Plánování linek v Praze	23
2.5	Bariéry tramvajové sítě	25
2.6	Příklady reorganizace	28
3	MODELACE TRASOVÁNÍ	29
3.1	Stručná geneze navrhnutého modelu	29
3.2	Vzorové modely	30
3.3	Navrhnutý model	33
3.4	Význam jednotlivých podmínek	35
3.5	Poznámka k orientaci hran sítě	37
3.6	Úvod ke kvantifikaci navrhnutého modelu	38
4	ŘEŠENÍ VARIANT	41
4.1	Varianta 1 – kompletní síť	41
4.2	Varianta 2 – síť bez občasných uzlů a úseků	42
4.3	Varianta 3 – vybrané uzly	43
4.4	Varianta 4 – superuzly	45
5	ZÁVĚR	54
6	POUŽITÁ LITERATURA	55
	SEZNAM PŘÍLOH	58
	PŘÍLOHY	58

ÚVOD

Cílem diplomové práce je poukázat na možnosti, které operační výzkum skýtá v oblasti plánování městské hromadné dopravy (MHD). Operační výzkum zahrnuje velké množství metod, z nichž mnohé se již staly samozřejmými nástroji při optimalizaci složitých procesů. Systémy MHD a stále častěji vznikající integrované dopravní systémy (IDS) k nim zřejmě patří a představují jeden z vrcholů logistiky. Zatímco v komerční logistice jsou optimalizační metody běžné, ve veřejné dopravě to automaticky neplatí. **Navrhování linkového vedení představuje složitý multikriteriální problém**, který většinou bývá řešen manuálně. Sice proběhlo několik úspěšných optimalizací za podpory matematických modelů, stále se však nestaly standardem. Nemám ambice nalézt převratnou metodu. Postačí, když na reálném případě dokážu, že matematické modelování má význam pro trasování linek.

Reálným případem je tramvajová doprava v Praze. Dění v městské hromadné dopravě v Praze sleduji od dětství a přišlo mi ideální skloubit své postřehy s neobvyklým kvantitativním přístupem k MHD. Pokusím se navrhnout přehlednější linkové vedení. Inspirací mi byly historické reorganizace z Prahy a Brna. V první části práce seznámím čtenáře se základními poznatky z teorie dopravního plánování. Ve druhé části práce popíši, jak tramvajovou dopravu převést do oblasti teorie grafů, jejíž aparát bude základním nástrojem pro optimalizaci. Ve třetí části práce navrhnu matematický model, vytvořený na míru pražské síti. Ve čtvrté části práce předložím poznatky získané při kvantifikaci navrhnutého modelu a výsledky, kterých jsem s jeho pomocí dosáhl. Zároveň představím návrh nového linkového vedení. V páté části budou poznatky a výsledky stručně shrnuty. Na konci práce odkazuji na použitou literaturu a další zdroje. V přílohách seznámím čtenáře s podklady, které stály u zrodu diplomové práce, i s těmi, které vznikly při jejím vypracování.

Poznámka. *Navrhnutým modelem* se v této práci vždy míní model (M 3.4), uvedený v kapitole 3.3. Proto není v textu, na rozdíl od dalších modelů, odkazován číselnou notací.

1 TEORIE DOPRAVNÍHO PLÁNOVÁNÍ

1.1 Ekonomický charakter dopravy

Dopravu lze definovat mnoha způsoby. Výstižně ji definuje Zelený (2007): „Doprava je charakterizována jako činnost spjatá s cílevědomým přemísťováním osob a hmotných předmětů v nejrůznějších objemových, časových a prostorových souvislostech, za použití různých prostředků a technologií.“ Výsledek tohoto přemístění se nazývá *přeprava*, v širším významu zahrnuje přeprava všechny nutné činnosti dopravního procesu. Bez dopravy se žádná vyspělá společnost neobejde. Stává se hybnou silou ekonomiky. Očekává se od ní zlepšení dostupnosti k místům a zdrojům ekonomického růstu. Rozvoj ekonomiky a dopravy spolu úzce souvisí, na druhé straně existují bariéry rozvoje – zejména omezená kapacita dopravní infrastruktury a s ní související dopady na hospodaření firem i celé společnosti.

S rostoucí intenzitou přepravy přibývá záporných efektů. Jednak dopravcům se zvyšují náklady na pořízení a údržbu vozového parku, náklady ze spotřeby pohonných hmot, personální náklady aj. To se samozřejmě promítá do cen přepravních služeb, takže rostou náklady i uživatelům dopravy, i těm, kteří realizují dopravu vlastními prostředky. Infrastrukturním agenturám se zvyšují náklady výstavby, údržby a správy dopravních cest. Typickými zápornými efekty jsou kongesce na cestách a zhoršená kvalita životního prostředí. Úkolem vlády a územních samospráv je prostřednictvím dopravní politiky vytvářet podmínky pro konkurenční podnikání, zajišťovat základní obslužnost celého státu a odstraňovat záporné efekty.

Z výše uvedeného vyplývá, že doprava zasahuje širokou skupinu aktérů s různými a často protichůdnými zájmy. Při hledání společného funkčního kompromisu proto musí být kladen důraz na optimalitu dopravy. Tu lze posuzovat z mnoha hledisek. Zelený (2007) vyzdvihuje následující tři body a s nimi související úkoly:

- výkonnost – budování dostatečných kapacit,
- ekonomická efektivnost – vyvážený rozvoj a restrukturalizace,
- společenská prospěšnost – součást ekonomického blahobytu.

Obdobným problémům musí čelit také doprava ve městech a jejich spádových oblastech. Městská hromadná doprava (MHD) nemůže svébytně pokrýt náklady na investice a provoz a zároveň poskytnout dostatečně kvalitní a kapacitní přepravní službu. Efektivní systém MHD se stává součástí veřejného zájmu, zvláště při stále narůstající individuální automobilové dopravě se všemi jejími známými zápornými efekty. Regulaci do městské dopravy přinesou právě tyto efekty jako kongesce, nedostatečné parkování a nehodovost – anebo veřejná správa vytvořením integrovaného dopravního systému (IDS).

Pro MHD je typické linkové uspořádání provozu a proměnlivost přepravní poptávky v různých obdobích dne, týdne i roku (Zelený, 2007). Pro efektivnost systému MHD jsou stěžejní správně navrhnuté a vedené linky. Aby se jejich nabídka setkala se skutečnou poptávkou. Tzn. aby byla přímo a dostatečně silně propojena frekventovaná místa zájmu ve městě. Aby vozidla byla dostatečně vytížená a „nevozila vzduch“. Tzn. aby došlo k účelnému vynaložení finančních prostředků. Aby bylo linkové vedení dostatečně přehledné a srozumitelné širokým skupinám cestujících, místním uživatelům i návštěvníkům města. Tzn. aby dali MHD přednost před jinými formami přepravy. Jedině tak může MHD prosperovat, respektive maximalizovat podíl hrazených nákladů, neboť (jak bylo naznačeno výše) má silnou závislost na dotacích ze strany veřejné správy. Právě nalezení optimálního trasování patří k nejčastěji diskutovaným problémům mezi odborníky, příznivci i širokou veřejností.

Hledáním optimality v dopravě se zabývá celá řada vědních oborů. Zejména logistika, ekonomika dopravy, geografie dopravy, teorie dopravních systémů a v neposlední řadě také operační výzkum. Převládající liniový charakter dopravy vybízí k aplikaci distribučních modelů, teorie grafů, teorie hromadné obsluhy, simulačních modelů a dalších. Mezi nejznámější distribuční úlohy patří (např. Pelikán, 2001, také Jablonský, 2007): obecný, kontejnerový a okružní dopravní problém; alokační problém a úloha o pokrytí; přiřazovací problém. Z teorie grafů jsou to především úlohy optimálních tras v sítích: úloha obchodního cestujícího, úloha čínského listonoše, maximální tok sítí, přepravní (*transshipment*) problém, další rozvozní úlohy aj. Speciálními úlohami dopravního plánování se zabývá následující kapitola.

1.2 Teorie navrhování linek ve veřejné dopravě

Využití operačního výzkumu při projektování dopravy se pomalu ve světě stává běžným jevem. Například v roce 2008 se ve Washingtonu (USA) uskutečnila konference ORPA 4 – Operations Research Practice for Africa, podporovaná organizací IFORS (Mezinárodní federace společností operačního výzkumu), zaměřená mj. na řešení městské dopravy v Jihoafrické republice. Konference se zúčastnili výzkumníci, studenti, politici a zástupci nevládních neziskových organizací. Informaci o tom přinesl odborný občasník IFORS NEWS (2/2009).

Při organizaci IFORS také působí specializovaná odborná společnost Transportation Science & Logistics Society (www.informs.org/Community/TSL). Všeobecně využití metod operačního výzkumu v logistice je přirozené, v komplexním organizování městské hromadné dopravy se ale ještě nestalo rozšířeným standardem. Vědecká činnost v tomto směru má spíše doplňkový charakter, přesto nelze říct, že se jedná o činnost neznámou a nevyužívanou. Existuje bohatá teorie a celá řada modelů. Ačkoliv jsou si dopravní systémy podobné, přesto je každý specifický a potřebuje optimalizační model „na míru“. Proto se většina takových modelů nedá univerzálně použít – na rozdíl od úloh obchodního cestujícího nebo čínského listonoše.

Odkazuji zejména na práci Anity Schöbel (2011)¹. Kromě ukázky několika modelů je i cenným bibliografickým zdrojem problematiky, její seznam literatury čítá 82 odkazů na studie z celého světa. Za zmínku stojí zejména práce autorů Kepaptsoglou & Karlaftis (2009 in Schöbel, 2011), kteří pojímají organizaci veřejné dopravy skutečně komplexně a detailně. Celý problém označují „transit route network design problem (TRNDP)“ a řeší v něm trasování, četnosti spojů, tvorbu jízdních řádů, nasazování vozidel i tarifní systém. Také omezení používaná v modelu jsou propracovanější a ovlivňují mj. kapacitu vozidel, přímost a délky tras, maximální počet tras, předpisy pro provoz autobusů a podobně. Navíc poskytují seznam 60 studií o problematice TRNDP.

¹ Anita Schöbel, Institut für Numerische und Angewandte Mathematik, Georg-August Universität Göttingen, Německo

Schöbel (2011) popisuje **etapy linkového plánování** ve veřejné dopravě takto: infrastruktura ► linky a četnosti spojů ► jízdní řády ► oběh vozidel ► směny posádek. (Podobně funguje i MHD v Praze, viz kapitolu 2.4.) Dále zmiňuje, že výsledkem je linková koncepce zajišťující provozuschopnost systému, spokojenost cestujících, nízké celkové náklady. Vzhledem k tomu, že tyto cíle jsou v přímém konfliktu, jedná se o nalezení určitého kompromisu.

Modelem dopravní sítě je pak graf, jehož uzly představují dané stanice a hrany dané tratě mezi stanicemi. Modelem linkové koncepce je množina linek doplněná rozdílnou četností jejich spojů. Kromě jiných známe i počty cestujících ve všech relacích (*origin–destination matrix*, dále *OD matice*). Získat takovou matici však v praxi dost dobře nelze, ani ve vyspělých dopravních zemích jako například Švýcarsko. Přesněji řečeno ve velkých sítích, jakou je i pražská tramvajová síť, nelze získat přesná data. Komplexní přepravní průzkumy poskytují pouze počty o nástupu a výstupu cestujících, zatím ale není v lidských silách vysledovat, odkud kam každý pasažér cestuje. Nezbyvá než prvky *OD matice* odhadnout nebo uvažovat relace pouze mezi významnými body či centry městských a příměstských okrsků.

Dále známe minimální požadovanou četnost spojů (*lower edge frequency*) pro každý úsek, pod kterou nesmí součet četností spojů linek v úseku klesnout. K podobnému omezení jsem dospěl v navrhnutém modelu (3.11, viz dále). Stejně tak známe maximální přípustnou četnost spojů (*upper edge frequency*) pro každý úsek, kterou nesmí součet četností spojů linek v úseku překročit. K podobnému omezení jsem také dospěl v navrhnutém modelu (3.10, viz dále). Tyto podmínky poprvé použil Wegel (1974 in Schöbel, 2011). Lze je samozřejmě formulovat i pro uzly. Vzhledem k významovému provázání propustnosti incidentních uzlů a hran to není nezbytné.

Odborná literatura rozlišuje dva opačné **přístupy ke stanovení počtu linek**.

(1) Častějším je výběr linek z dané množiny existujících nebo uvažovaných linek. Podle toho můžeme odlišit dvě situace.

a) Dopravní síť funguje a chceme změnit (zřejmě zredukovat) stávající počet linek. Osobně pak takový přístup považuji za ne příliš zajímavý pro operační výzkum.

Některé faktory nelze jednoduše přepsat do počítače. Dopravní experti by měli vzít v potaz návyky cestujících, názory různých institucí, výhledově plánované změny v MHD i určité nepsané zvyklosti dané historií provozu. Obecně si dovolím tvrdit, že každou změnu vnímá cestující veřejnost alespoň ze začátku rozpačitě a zrušení linky nebo výrazný odklon trasy velmi záporně. Proto bývá řešení určitým kompromisem, který se v průběhu příprav několikrát mění.

b) Vytváříme novou dopravní síť, proto na začátku potřebujeme porovnat velký počet linek přicházejících do úvahy. Znamená to konstrukci až stovek možných linek. Následnou redukci na výrazně menší počet už nelze považovat za rutinu, naopak zde se operační výzkum jistě uplatní.

(2) Druhý přístup stanovení počtu linek, kdy žádné trasování není předem dané, představuje výzvu pro tvůrce modelu i vývojáře optimalizačního softwaru. Takové úlohy patří mezi NP-obtížné (více Pelikán, 2001) a v praxi se k řešení používají heuristické metody. Také Schöbel (2011) nakonec uvádí, že „modely se musí přiblížit praxi, aby byly aplikovatelné v reálných plánovacích procesech.“

Blatoň (2009)² srovnává několik způsobů, jak modelovat navrhování linek pro Českou a Slovenskou republiku. Rozebírá metody zohledňující strategii cestování, současný stav přemísťování osob, přidělování vozidel linkám. Všechny vycházejí ze známé množiny tzv. „kandidátů na linky“. První metoda je postupně redukuje a zbylým linkám jsou přiřazovány dopravní prostředky. Byla použita v Popradu. Druhá metoda z nich vybírá ty, které nejlépe vyhovují meziokrskovým přepravním vztahům. Třetí metoda „maximalizuje minimální z poměrných rezerv obsazenosti vozidel na úsecích dopravní sítě.“ Autor dále zmiňuje přístup A. & J. Černých, kteří používají obousměrně orientovanou dopravní síť. Do výsledného řešení zahrnují linky podle jejich výkonnosti při obsluze úseků. Takový model byl použit úspěšně v několika slovenských městech. Autor dále poznamenává, že v Žilině tak snížili počet linek z 34 na 14. Taková změna je vždy pozoruhodná. V kapitole 2.6 budou dvě podobné změny přiblíženy v českých tramvajových provozech, i když se odehrály v dobách bez výrazné počítačové podpory.

² Ing. Martin Blatoň, Fakulta strojní, Institut dopravy,
VŠB – Technická univerzita Ostrava

V podobném článku Blatoň & Teichman (2010) srovnávají několik způsobů, jak modelovat navrhování linek v zahraničí. Rozebírají tzv. jednofázové a vícefázové přístupy. V jednofázovém přístupu generování výchozí množiny linek odpadá, neboť ty navrhne dopředu dopravní expert a model z nich vybere ty vhodné přes přidělování vozidel. Jako příklady použití autoři uvádějí města Linköping a Potsdam. Ve vícefázovém přístupu se nejprve určí trasování linek a potom se vybraným linkám přiřazují četnosti spojů. Obojí podle heuristických metod. Na začátku je množina uvažovaných linek generovaná *Dijkstrovým algoritmem*.

Dijkstrův algoritmus popisují Pastor & Tuzar (2007). Je určen pro hledání nejkratší dráhy z výchozího uzlu do všech ostatních. Pokud je cílový uzel v množině uzlů, do kterých již známe nejkratší dráhu, postup lze zastavit. Mezi algoritmy sledující stejný cíl patří ještě například *Fordův*, *Zlepšený*, *Dantzigův* a *Floydův* (viz tamtéž). Protože však nelze kvalitu linky posuzovat jen z hlediska délky její trasy, dále tyto postupy nerozebírám a soustředím se na jiné.

Branická & Stacho (2007) řeší **optimalizaci času přemístění cestujícího** v rámci MHD. Výstižně MHD převádějí do řeči matematiky jako (zkráceno):

Město je síť $S = (V, E)$, kde

V představuje množinu zastávek, E množinu spojnic zastávek.

Je dána množina linek $\mathcal{L} = \{L_1, L_2, \dots, L_M\}$, kde

linka $L_k = \{V_k, E_k\}$ je orientovaný graf, ve kterém (M 1.1)

$V_k = \{v_i^k \in V; (v_0^k, v_1^k, \dots, v_{l_k}^k) \text{ je sled v síti } S, v_i^k \neq v_j^k\}$,

$E_k = \{(v_{i-1}^k, v_i^k), i = 1, 2, \dots, l_k\}$, l_k udává počet zastávek na lince L_k .

Autoři pak délku linky určují z hlediska času, jako součet dob stání v zastávkách (vrcholech) a přejezdových dob mezi nimi. Takto vyjádřená délka linky samozřejmě může být závažným kritériem, protože řidič musí mít v pravidelných intervalech přestávky bezpečnostní nebo na oddech a jídlo. V tramvajovém provozu je střídání vlakových čet běžnou záležitostí, takže délka linky není rozhodující.

V této souvislosti se také nabízí vyjádřit čas strávený na cestě z pozice pasažéra. Podle Kubáta a kol. (2010) se celková doba cesty skládá z:

- doby potřebné k pěšímu překonání vzdálenosti od výchozího bodu k zastávce;
- doby čekání na vozidlo na zastávce;
- doby jízdy;
- doby potřebné na přestup včetně čekání;
- doby potřebné k pěšímu překonání vzdálenosti od zastávky k cílovému bodu.

Plánování linek může určitým způsobem ovlivnit všechny tyto doby. V praxi však zřizování nových zastávek není samozřejmou záležitostí. Ovlivnění doby jízdy většinou znamená stavební úpravy na trati nebo zavést pro MHD preferenční opatření v uličním provozu. Snadněji lze ovlivnit dobu čekání stanovením vhodného intervalu mezi spoji. Samozřejmě za předpokladu dostatečného vybavení vozidly a řidiči. Relativně snadno lze ovlivnit dobu potřebnou na přestup, a to více způsoby:

- a) zkrácením intervalů mezi spoji;
- b) pohlídáním návaznosti spojů v přestupních bodech (přípojové vazby);
- c) zavedením co nejvíce přímých linek mezi prvky *OD matice*.

Dodržení všech bodů znamená zavedení velkého počtu často jezdících spojů a linek, což může způsobit nepřehlednost, ba dokonce zahlcení celé sítě. Proto lze akceptovat větší počet přestupů, pokud jsou přestupní místa pro cestující dostatečně dimenzovaná a pohodlná. Přestupní vazby se stávají stěžejními v integrovaných dopravních systémech (IDS), ve kterých **vzniká hierarchie linek** podle provozních parametrů. Zde se hodí definovat základní typy linek (Zelený, 2007):

- *diametrální* – napříč městem přes centrální oblast;
- *radiální* – z okrajových částí do centrální oblasti města;
- *tangenciální* – mezi okrajovými částmi mimo centrální oblast města;
- *překryvné* – pro alternativní spojení;
- *napájecí* – pro okolí přestupních terminálů;
- *účelové* – mají zvláštní charakter a provozní parametry.

Musíme k nim ještě přidat *páteřní* neboli *metrolinky* – volně řečeno nejdůležitější ve svém druhu dopravy, vytvářejí základ IDS – viz kapitolu 2.6.

Bulíček & Mojžíš (2010) zjednodušeně linky rozdělují na *kmenové* – s periodickým provozem a proudovým charakterem dopravní obslužnosti, a na linky *doplňkové* – s několika málo spoji pro atrakční oblasti uzlů, mají tedy charakter napájecích linek. Spoje kmenových linek jsou na úseky dopravní sítě přiřazovány (přiřazovací problém, *Traffic Assignment*). Podobně jako v jiných modelech se nejprve přiřadí kmenové linky na nejkratší možné trasy. Dále je třeba vyřešit proklad spojů ve společných úsecích a uzlech. Autoři předkládají dva modely s kritériem maximalizace počtu nepřestupujících cestujících. Ovšem přiznávají, že řešení není dokonalé, neboť jej musí posoudit dopravní technolog. Podle mě by ale správný model měl na zásadní provozní úskalí pamatovat sám v podobě omezujících podmínek. Trasování doplňkových linek se provádí podobně, nikoliv však s celosíťovým rozsahem, ale jen v okolí přestupního uzlu.

Přiřazovací problém použil také Čejka (2008). Zabýval se řešením dopravního modelu vedení linek městské a příměstské dopravy v Českých Budějovicích. Město a okolí rozdělil do 26 okrsků a analyzoval přepravní intenzity mezi nimi. Kritériem byla rovněž maximalizace počtu přepravených osob bez přestupu. Cenami dvojic okrsků byly součty cestujících osob mezi nimi. Okrsky vzájemně přiřadil do dvojic program *Dumkosa* (vyvinutý na katedře operační a systémové analýzy ČZU v Praze). Přiřazovací problém byl použit čtyřnásobně s prohibitivními cenami některých dvojic, aby se do výsledku promítly i slabší přepravní vazby. To vedlo k hierarchickému uspořádání směrových přepravních proudů. S přihlédnutím k významnosti jednotlivých okrsků pak autor získané kombinace okrsků rozšiřoval nebo slučoval, aby získal trasy konkrétních linek. Ale přiznává, že je třeba přihlédnout k provozním zkušenostem, historii a zejména k již existující trolejbusové síti – tedy faktorům, které do modelu přímo nezahrnul.

Čejka navrhnul 46 linek, tvořících množinu linek k dispozici. Heuristickým postupem (tedy spíše uplatněním dopravních strategií a zásad než matematickou optimalizací) je pak redukuje na 18 linek obsluhujících celou oblast. Srovnáním s předchozím a novým stavem dochází k závěru, že některé linky jsou v Českých Budějovicích vedeny správně a některé uskutečněné změny byly naopak k horšímu.

Právě záporný ohlas na reorganizaci linkového vedení v roce 2000 vedl Čejku ke zpracování analytické studie. Jak nakonec píše, „výsledky dopravního průzkumu s podporou matematických metod podpořily pozitivní změny ve vedení některých linek MHD v Českých Budějovicích a okolí.“ Navíc ve své práci uvádí příklady optimalizace MHD v dalších městech v ČR a v zahraničí, při kterých se uplatnily matematické metody. Namátkou Vrchlabí, Liberec, Riga, Omsk, Sarajevo, Curych, Vídeň.

1.3 Multikriteriální charakter dopravního plánování

Badatelé se shodují, že plánování linek je složitý **multikriteriální problém**. Především jde o zřejmý konflikt maximální obslužnosti (aby se cestující dostali kdykoliv kamkoliv) a minimálních nákladů (z pohledu dopravců fixních a provozních, z pohledu operátora také společenských). Obě skupiny by si měly uvědomit, že ideální paretovsky efektivní řešení lze sice obtížně najít, ale s určitou dávkou tolerance se mu mohou přiblížit. Z logiky věci vyplývá, že obslužnost představuje kritérium maximalizační, ovšem nemůže narůstat donekonečna. S přibývajícím počtem linek, spojů, vozidel, cest se doprava stává nepřehlednou, záporně ovlivňuje životní prostředí exhalacemi, hlukem, záborem půdy, kongescemi, energetickou náročností. Takový stav je pak mnohem horší než před maximalizací. Stejně tak minimalizace nákladů nemůže klesat až k nule. Radikální snížení dopravní obslužnosti by movitější cestující nahnalo do aut a ty méně movité by odradilo od častého cestování. Takový stav by měl záporné dopady jak na životní prostředí, tak na ekonomiku země.

Protože je však multikriteriální rozhodování složité, v dopravních modelech se vyskytuje většinou jedna účelová funkce inklinující k té či oné zmíněné skupině aktérů:

- maximalizace počtu nepřestupujících cestujících;
- maximalizace minimální z poměrných rezerv obsazenosti vozidel;
- minimalizace jízdní doby;
- minimalizace času přemístění, času stráveného na cestě;
- minimalizace variabilních provozních nákladů;
- minimalizace fixních pořizovacích nákladů;
- minimalizace celkových nákladů provozu.

Schöbel (2011) i Čejka (2008) také poukazují na netradiční způsoby řešení, jako jsou modely založené na teorii her, fuzzy modelování, genetické algoritmy, SIAM (*simulated annealing method*), neuronové sítě nebo soft computing.

Kromě statického plánování tras linek spočívajícího v určení základního stavu linkového vedení a jeho parametrů, existují i **dynamické způsoby** využití operačního výzkumu v trasování. Jedná se o celou řadu úloh, kdy vozidla jsou už na cestě a objevují se nové požadavky, které je třeba splnit. Dochází k nové optimalizaci plánované trasy, například dynamickou úlohou obchodního cestujícího (Fábry, 2006). V městské hromadné dopravě asi není nejvhodnější řešit krizové situace menšího rozsahu matematickým modelem. Provoz zpravidla kontroluje zkušený tým dispečerů, který potřebnou nápravu provede podle osvědčených postupů manuálně. Případné uplatnění možná výpočetní technika nalezne při obnově provozu po větší krizové situaci (například živelní katastrofě), kdy bezprostřední nebezpečí pominulo a je zapotřebí zeslabené zdroje – vozidla, tratě, personál – využít efektivně.

V dopravním podnikání, jako v každém jiném odvětví, se však i nepatrná úspora času nebo nákladů dosažená optimalizačním (nebo heuristickým) postupem může stát cennou konkurenční výhodou. Proto je dobré mít vozový park neustále pod kontrolou. Optimalizací průběhu dopravy se zabývá **dopravní telematika** (Zelený, 2007). Kromě efektivnosti se uplatní ve zvýšení bezpečnosti nebo ekologičnosti provozu. Přenos dat mezi vozidly a palubním nebo centrálním počítačem umožňuje analyzovat efektivnost jízdy a případně ji okamžitě vylepšit úpravou jízdních parametrů. Otevírá se cesta k vytváření inteligentních dopravních systémů, kde ovlivnění pohybu dopravních prostředků může být zautomatizováno. V systémech MHD se jedná o provoz metra bez řidiče (francouzský systém VAL – *Véhicules Automatiques Légers* – lehká automatická jednotka) nebo o preferenci vozidel MHD na světelném signalizačním zařízení podle intenzity okolní individuální dopravy. Taková preference může být absolutní nebo podmíněná, lze ji využít pro zastavení ostatní dopravy během pobytu vozidla v zastávce (tzv. časový ostrůvek). Více uvádí Kubát a kol. (2010)

2 PŘEVOD TRAMVAJOVÉ SÍTĚ NA GRAF

2.1 Vhodnost tramvajové sítě k modelování

Za objekt studie jsem pro diplomovou práci vybral pražskou tramvajovou síť. Na začátku kapitoly pro úplnost uvádím, že pražská MHD je součástí integrovaného dopravního systému nazvaného **Pražská integrovaná doprava** (PID). Jejím základem je kolejová doprava, v regionu reprezentovaná železnicí, v hlavním městě zejména metrem a tramvajemi. Nedílnou a podstatnou část PID vytvářejí autobusové linky. Protože bych rád v této studii dospěl k poznatku využitelnému v praxi, rozhodl jsem se zaměřit na jediný segment PID, nejlépe vhodný k detailnímu modelování linkového vedení.

Zvoleným segmentem nemohou zřejmě být **autobusy**, protože jejich síť je nezměrně rozsáhlá a navíc snadno a často proměnlivá. Změny v počtu linek, v trasování linek, v umístění zastávek, v nasazování vozidel se dějí neustále každý měsíc. Také **železnici** nelze přesně modelovat, neboť jednotlivé tratě plní funkci příměstské dopravy plynule (technicky i provozem) navazují na dráhy regionální, celostátní i mezinárodní nebo jsou jejich součástí. Takovou dopravní síť by pro výzkum bylo nutné ohraničit ad hoc, což ovšem nemusí zajistit praktické uplatnění výsledků. Síť **metra** je sice jasně vymezená, pro grafickou analýzu ale poněkud malá, protože tři existující tratě jsou oddělené (v provozu s cestujícími). Takže pro plánování linek přichází v úvahu pouze určit, zda bude provoz celotratový, nebo pásmový, a to lze jistě mnoha dalšími metodami. Naopak ohraničená síť **tramvají** je pro optimalizaci pomocí teorie grafů jako stvořená. Velký počet tratových úseků, křížení i obratišť skýtá velké množství variant trasování, ale ne nekonečné.

Navíc pražská tramvajová síť je největší v České republice, takže představuje skutečnou domácí výzvu. Pro úplnost zmíním další tuzemské tramvajové provozy – Liberec, Olomouc, Plzeň, Brno, Ostrava, Most, Litvínov. Historii tramvajové dopravy nejen v českých zemích, ale i v celosvětovém měřítku popisují Kubát a kol. (2010).

Protože všechny zde použité pojmy teorie grafů jsou zřejmé nebo vysvětlené, nezabývám se jejich definicí a odkazuji zájemce na díla, jež napsali Pastor & Tuzar (2007, 3. kapitola) a zejména Fiala (2008, 2. kapitola).

Tramvajová síť se skládá z mnoha prvků. Odhlédneme-li od technické konstrukce tratí, můžeme si nepřerušené traťové úseky představit jako hrany grafu a dělicí body jako uzly grafu. Dělicích bodů je celá řada: zastávky, výhybky, kolejové splátky, výhybny, předjízdne koleje, rozřadovací koleje, bezpečnostní zastavovací místa, místa se zákazem potkávání všech nebo některých typů vozů, místa křížení tratí, místa křížení tramvajové trati s ostatními druhy dopravy, vjezdy a výjezdy mezilehlých obratišť, vjezdy a výjezdy vozoven, mezilehlá a koncová obratiště. *Obratiště* jsou zařízení určená k otáčení tramvajových vlaků do opačného směru jízdy. (Kubát a kol., 2010, kapitola 2.6). Nejjednodušší formou je *úvrat'* tvořená kolejovým přejezdem. Složitější formou je *vratný trojúhelník*, v ČR se momentálně vyskytuje jediný v Praze na Zvonařce. Nejrozšířenějším obratištěm v ČR je *smyčka*, která má mnoho podob. Smyčka v ulicích se nazývá *bloková* a stejně funguje ukončení linky uličním *objezdem* mezi křižovatkami tratí, například v Praze na Palmovce. Z hlediska určení tras budou z dělicích bodů nadále důležitá jen obratiště (bez ohledu na formu) a místa křížení nebo rozvětvení tratí. Tyto dělicí body přímo ovlivňují trasu linky. Lze je podle typu přehledně rozdělit do tří následujících množin.

Koncové smyčky – prvky označené jako uzel typu Z

- Uzel je incidentní s jedinou hranou grafu, trasa linky vedoucí touto hranou v něm musí začít nebo skončit.

Mezilehlá obratiště – prvky označené jako uzel typu Y

- Uzel je incidentní s dvěma a více hranami grafu, trasa linky vedoucí takovou hranou v něm může začít nebo skončit.

Křižovatky – prvky označené jako uzel typu X

- Uzel je incidentní se třemi a více hranami grafu, trasa žádné linky vedoucí takovou hranou v něm nesmí začít nebo skončit. Může se však ubrat jedním z více směrů, pokud to není omezeno (zejména neexistujícím kolejovým propojením některých směrů v neúplné křižovatce).

Jiné dělicí body spíše ovlivňují časové parametry trasy, promítají se do propustnosti úseků a spoluvytvářejí kapacitní omezení sítě. Trasování se zde bude týkat výhradně základního stavu bez výluk, jak bývá uváděn v orientačních schématech pro cestující a v oficiálním seznamu linek. Jedná se tedy o pravidelné jízdy s cestujícími, nikoliv manipulační a služební jízdy, ani výjezdy z a zatahování do vozoven, ani přejezdy vozu na jinou linku.

Zatímco počet koncových smyček a mezilehlých obratišť je ze skutečné sítě jasně odvoditelný podle existujících objektů, u křižovatek je situace odlišná. Pokud se jedná o křížení nebo rozvětvení různých tratí, jsou tyto prvky také jasně odvoditelné. Pokud se ale jedná o kolejové **napojení mezilehlého obratiště na trať**, je otázkou, zda takové dělicí body považovat za součást obratiště (včetně spojovacího úseku, pak je to uzel typu Y) – nebo za samostatnou křižovatku (uzel typu X), ke které je traťovým úsekem napojena koncová smyčka (uzel typu Z). První přístup je pro zápis nebo zakreslení sítě výhodnější, protože poskytne přehlednou identifikaci míst v síti. Ovšem z hlediska výpočtu je výhodnější druhý typ, protože pak lze všechny uzly Y převést na dvojice nových uzlů X a Z. Během kvantifikace modelu pak stačí rozlišovat pouze dva typy uzlů, což zápis i výpočet zpřehlední. Navrhnutý model je proto koncipován druhým popsáním přístupem. Dodatečné úseky a koncové uzly označuji jako **malé obrátky**, pokud nahrazují jen původní uzly Y. Dalším stupněm by bylo přiřadit obrátky i ke stávajícím koncovým smyčkám Z. Jednak proto, aby všechny konečné zastávky byly formulovány obdobně, ale také proto, aby těmito obrátkovým úsekům mohla být přiřazena proměnná vyjadřující (deponovací) kapacitu smyčky. Ta je samozřejmě dána počtem a délkou kolejí ve smyčce a hraje důležitou roli při určení počtu končících linek. (Zpravidla každá linka končí na vlastní koleji alespoň na jedné ze svých konečných.) Dodatečné úseky a koncové uzly, které nahrazují původní smyčky Y i Z, označuji jako **velké obrátky**. Na druhou stranu mohou být proměnné vyjadřující kapacitu smyčku přiřazeny i traťovým úsekům, incidentním s původní smyčkou.

Podotýkám, že napojení mezilehlých obratišť nebývá úplné. Při modelaci musíme vzít v potaz, ze kterých směrů nelze do obratiště přijet. Z uvedeného vyplývá, že existuje mnoho variant popsání sítě.

2.2 Implicitní pojetí nákladů

Pro zjednodušení předpokládám, že použití jakéhokoliv úseku (hrany) je stejně „nákladné“. Proto v navrhnutém modelu **není klasické nákladové ohodnocení** hran nebo uzlů, není tedy součástí účelové funkce. V uzavřeném tramvajovém provozu ani neexistuje příliš důvodů pro takové rozlišování traťových úseků. Jiná situace nastává například v železniční síti, kde je průjezd traťovým úsekem zpoplatněn – za řízení provozu, za udržování infrastruktury, za použití naklápěcích skříní, jiné trakce nebo nestandardního vlaku. Klasický příklad poskytuje silniční doprava. V dálkové silniční dopravě se v některých úsecích vybírá mýtné, které navíc nemusí být pro všechny úseky ve stejné sazbě. Ve městech pak může být zpoplatněn vjezd do určitých zón.

Základním významem navrhnutého modelu je pokrýt požadavky na obslužnost sítě. Nejde tedy o náklady jednotlivých linek, ale o nákladnost celého linkového vedení. Požadavky na obslužnost sítě figurují v navrhnutém modelu jako data, jejichž **hodnoty určí zadavatel optimalizace**. Zadavatel zároveň objednává přepravní výkony v reálném provozu. Existují dvě extrémní situace. Může tak činit buď v jasný prospěch zákazníků, nebo s cílem uspořit co nejvíc finančních prostředků. V prvním případě určuje požadavky přesně podle poptávky cestujících, zjištěné přepravním průzkumem (požadavky zřejmě budou vyšší). V druhém případě určuje požadavky striktně podle úspory financí (požadavky zřejmě budou nižší). V praxi nejspíš vždy nastane kompromis mezi těmito situacemi. Nicméně skrze požadavky se do navrhnutého modelu nepřímo promítá akceptovatelná výše nákladů celé dopravní sítě.

2.3 Zákaz okružních tras

Trasy linek mohou mít různou podobu. Předmětem našeho zájmu budiž ta nejjednodušší, tedy se dvěma konečnými zastávkami přímo spojenými bez zajižděk. V tramvajovém provozu, až na zvláštní případy, nejsou zajižděky vůbec vhodné. Pochopitelně ne všechny spoje absolvují celou trasu, ale bývají z důvodu kolísající přepravní poptávky zkracovány do části trasy, tzv. *pásmový provoz*. Naopak okružní linky se v reálném provozu vyskytují vzácně. Okružní trasy jsou v navrhnutém modelu z několika důvodů nežádoucí.

(1) Jednou jejich nevýhodou je zpravidla **absence manipulačního prostoru**. Vlaky na okružní lince sice mohou přerušit jízdu ve stanoveném úseku, aby posádka čerpala bezpečnostní přestávku nebo přiměřenou dobu na oddech a jídlo, a potom pokračovat jako další spoj. V tom případě však daným úsekem nemůže projíždět jiná linka. Zároveň na takové konečné nelze předjíždět, což je jinak běžná praxe kvůli čerpání přestávek, vyrovnávání časů nebo operativnímu řízení provozu. Řešením by mohl být nonstop provoz s tím, že by se jednotlivé posádky pravidelně střídaly a vlaky obíhaly bez přestávky. Opakované střídání posádek se v praxi běžně děje pod označením *systém oddělení řidiče od vozu*, avšak při tvorbě jízdních řádů a směn řidičů patří k nejnáročnějším (Fojtík a kol., 2010). Ale i vozidlo může potřebovat drobné přestávky, které jsou vhodné například pro doplnění písku do pískovačů vozidel nebo při již zmíněném operativním řízení provozu.

Pro názornost dodávám, že jedinou pravidelnou okružní linkou v bohaté historii pražské tramvajové dopravy byla linka číslo 2. Od začátku 20. století do roku 1961 jezdila v trase *Flora – Karlovo náměstí – Špejchar – Náměstí Republiky – Flora*. Provozována byla v obou směrech. Na Floře v Jičínské ulici byl umožněn přestup do předchozího čekajícího spoje. Toto vedení bylo postupně nežádoucí kromě výše popsaných důvodů i kvůli spádu Jičínské ulice. Sklon 50‰ stále patří k největším v pražské tramvajové síti a delší stání nezajištěných obsazených vozů již není z bezpečnostních důvodů možné. Detaily uvádí DP-Kontakt (7/2000).

(2) Zásadní problém však nastane při kvantifikaci navrhnutého modelu. Připuštění okružních tras také vede k tomu, že **v síti existuje více tras**, které se vzájemně nekříží, ale mohou být označeny stejným číslem linky. Přes podmínku, že každá linka jedoucí v síti má právě dvě konečné zastávky (3.3) v (M 3.4), se může vyskytnout stejně označená okružní trasa bez konečné zastávky. Protože jsem se od začátku snažil výhradně o jasnou identifikaci a odlišení každé linky a její trasy v síti, nemohl jsem takový nedostatek přejít. Navíc pokud zvolíme za účelovou funkci počet linek jedoucích v síti a chceme ji minimalizovat, popsaný nedostatek významně ovlivní extrémální hodnotu – proti reálu ji může falešně zmenšit až na polovinu.

To byl také největší problém, se kterým jsem se při formulování a odhadování navrhnutého modelu potýkal několik týdnů. Jasně zlepšení do jinak fungujícího modelu přineslo zařazení podmínek z úlohy hledání minimální kostry grafu (*Minimal Spanning Tree*, dále tyto podmínky označuji jako *MST podmínky*, viz kapitolu 3.2). Každá linka svojí trasou představuje speciální příklad *stromu*, tedy podgrafu sítě, který je souvislý a acyklický. Speciální proto, že je *bez větví*. Takový strom je částí kostry grafu, ale nemusí spojovat hranami všechny uzly sítě. Zmíněné *MST podmínky* zavádí další proměnné pro ohodnocení jednotlivých hran kostry, respektive stromu. Zjednodušeně řečeno, průchod uzlem na cestě zvýší (nebo sníží – podle zvoleného způsobu formulace omezujících podmínek) ohodnocení hrany o jednotku v jednom směru cesty od výchozího ke konečnému uzlu. A protože okružní trasa nemá jasný výchozí ani konečný uzel, zvyšování (nebo snižování) ohodnocení by pokračovalo do nekonečna, což je samozřejmě nepřijatelné, a proto výpočetní algoritmus okružní trasu nedopustí.

(3) Jako velká nevýhoda *MST podmínek* se ovšem jevila **nutnost existence obousměrně orientovaných hran**. Původně jsem uvažoval hrany neorientované. V praxi je v MHD jedno, jestli je linka zapsaná jako z *A* do *B* nebo z *B* do *A*. Samozřejmě až na jednosměrné linky (většinou špičkové posilové), které se v MHD vyskytují v menším počtu a v tramvajovém provozu prakticky vůbec ne. Proto jsem původně v navrhnutém modelu definoval proměnné pouze pro neorientované hrany (v nahodilém směru zápisu). Nová nutnost všechny hrany obousměrně orientovat znamenala také zároveň dodatečně definovat proměnné pro opačné směry zápisu. Tím by se počet proměnných velmi nepříjemně zvýšil na dvojnásobek a musela by být upravena formulace modelu. Menší variantní rozsah modelu by se změnil na velký. Největší variantní rozsah modelu by se změnil na takřka neřešitelný. Proto jsem se dále soustředil na způsob, jak **MST podmínky implementovat částečně nebo upraveně**. Vyhnout se nutnosti obousměrně orientovat hrany se mi nepodařilo a ani jsem vhodný způsob nenalezl v odborné literatuře, zde zůstává otevřený prostor pro jiné badatele. Zřejmě existovat může. Ovšem od okamžiku, kdy jsem upravením některých omezujících podmínek dosáhl alespoň zmenšení nárůstu počtu proměnných, jsem se hledáním jiného způsobu dále nezabýval (viz kapitolu 3.5).

2.4 Plánování linek v Praze

Organizaci a kontrolu linkového vedení v Praze a její spádové oblasti má na starost **Regionální organizátor Pražské integrované dopravy (ROPID)**, příspěvková organizace hlavního města Prahy. Její základní kompetence podle výroční zprávy ROPID 2010 jsou:

- příprava dalšího rozvoje IDS a jeho vytváření;
- zpracování zásad organizace hromadné dopravy osob;
- stanovení potřebného objemu dopravních výkonů;
- návrh dopravních opatření, intervalů linek, jízdních řádů, prokladů a návazností;
- spolupráce na realizaci preferenčních opatření;
- objednávka vlaků na území Prahy;
- návrh ekonomického zajištění provozu;
- návrh tarifu a jízdného;
- vypracování regionálního plánu dopravy;
- uzavírání smluv k zajištění provozu a kontrola jejich plnění;
- organizace finančních toků tržeb a dotací;
- výběr dopravců nově zřizovaných linek;
- zajištění jednotného informačního systému.

V platném Regionálním plánu PID (na rok 2012) se v anketě dočteme, že 66,7 % cestujících při cestě prostředky PID dává přednost rychlejšímu spojení s přestupy. Pouze 33,3 % cestujících preferuje přímé spojení bez přestupů při delším čekání na přímý spoj. To vybízí k vytvoření několika málo páteřních linek s krátkými intervaly mezi spoji. ROPID určuje základní parametry každé linky v systému Pražské integrované dopravy. Tramvajový provoz v Praze zajišťuje výhradně **Dopravní podnik hlavního města Prahy, akciová společnost (DPP)**. Kompletně zajišťuje technickou stránku provozu. Ovšem parametry linek přebírá na smluvní bázi od nadřízeného ROPIDu. DPP je dopravcem, i když se nedá říci pouhým. Na určité činnosti má přirozený monopol, zejména co se týče provozu městských drah, tedy metra a tramvají (včetně lanové dráhy na Petřín). Objemem přepravních výkonů, rozsahem vozového parku i počtem zaměstnanců tvoří jádro celé PID.

Tramvaje tvořily přes 80 let základ městské hromadné dopravy v Praze. I přes následný rozvoj metra jejich význam příliš neklesl. V současnosti dosahuje tramvajová síť délky přes 140 km a souhrnná délka linek přes 530 km. Téměř všechny úseky jsou dvoukolejné, přičemž každá kolej je pojížděna v jednom směru. Provozní vozový park čítal v roce 2010 celkem 931 vozů, z toho 888 jednosměrných a 43 obousměrných. Údaje převzaty z výroční zprávy Dopravního podniku 2010.

Co je stále plně v gesci DPP v tramvajovém provozu, je vytváření konečné podoby jízdních řádů (JŘ) a *grafikonů* (grafické zachycení časových poloh spojů). Popis tvorby jízdních řádů přehledně a ilustrativně popisuje Fojtík a kol. (2010, na stranách 91–101). Cituji pasáž vztahující se k obsahu diplomové práce. „Na začátku práce s grafikonem v trvalém stavu je zadání, které přichází z nadřízené organizace ROPID, jehož obsahem je přesné určení intervalu v jednotlivých částech dne, nutné proklady s dalšími linkami v konkrétních úsecích a další parametry – např. složení vozů. Tato karta může být doplněna tabulkou určující odjezdy z konečných zastávek, které jsou pro konstruktéra závazné. U výlukových grafikonů je důležité dopravní opatření, které určuje změnu trasy, příp. parametrů linky.“ Na konci zdoluhavého procesu dochází ke kontrolám průjezdnosti smyček a časů výjezdů z vozoven. Poté jsou JŘ archivovány a předány dalším složkám DPP.

Ještě do poloviny 90. let 20. století probíhal celý proces bez využití specializované výpočetní techniky, prakticky ručně! Dnes už existuje rozličný software pro tvorbu JŘ, pro DPP jej dodává společnost CHAPS. Ovšem pro tvorbu trasování linek se žádný specializovaný software nepoužívá. Konkrétní podoba linky je výsledkem kolektivního rozhodnutí příslušných odborníků a dotčených institucí. Východiskem je komplexní přepravní průzkum a samozřejmě náměty veřejných institucí a občanů.

Operační výzkum není využíván a v tomto směru snad bude tato diplomová práce průkopnická. V blízké budoucnosti neočekávám výrazný posun, nicméně s rostoucím rozsahem PID poroste význam přehledného linkového vedení. Ačkoliv nejvíce přibývá příměstských autobusových linek a železničních linek Esko, tramvaje nestojí stranou. V minulosti už k velkým reorganizacím nejen v Praze došlo – viz kapitolu 2.6.

2.5 Bariéry tramvajové sítě

Zatím byla popsána příprava provozu podle požadované obslužnosti území. Na druhé straně je nutné respektovat technické bariéry provozu, tzv. propustnost úseků a celé sítě. Tu ovlivňují zejména dva faktory:

- nastavení pořadí fází a preference na světelných signalizačních zařízeních (SSZ) v traťových úsecích a zvláště na křižovatkách;
- energetická náročnost provozu, v závislosti na intenzitě provozu.

Samozřejmě provoz ovlivňuje více faktorů, jako jsou úseky se zúženým profilem, kolejové splátky či jednokolejky, křížení s ostatními druhy dopravy, nosnost mostních konstrukcí ad. Tyto faktory lze mj. ohlídat správným nastavením SSZ.

O nastavení SSZ a preference byla zmínka v kapitole 1.3. Více se o něm nezmíním. Protože se jedná o vcelku atraktivní téma, často diskutované v odborných kruzích a pracích, existuje řada vhodné literatury. Také pro operační výzkum je to lákavé téma, zejména pro teorii front nebo simulační modely.

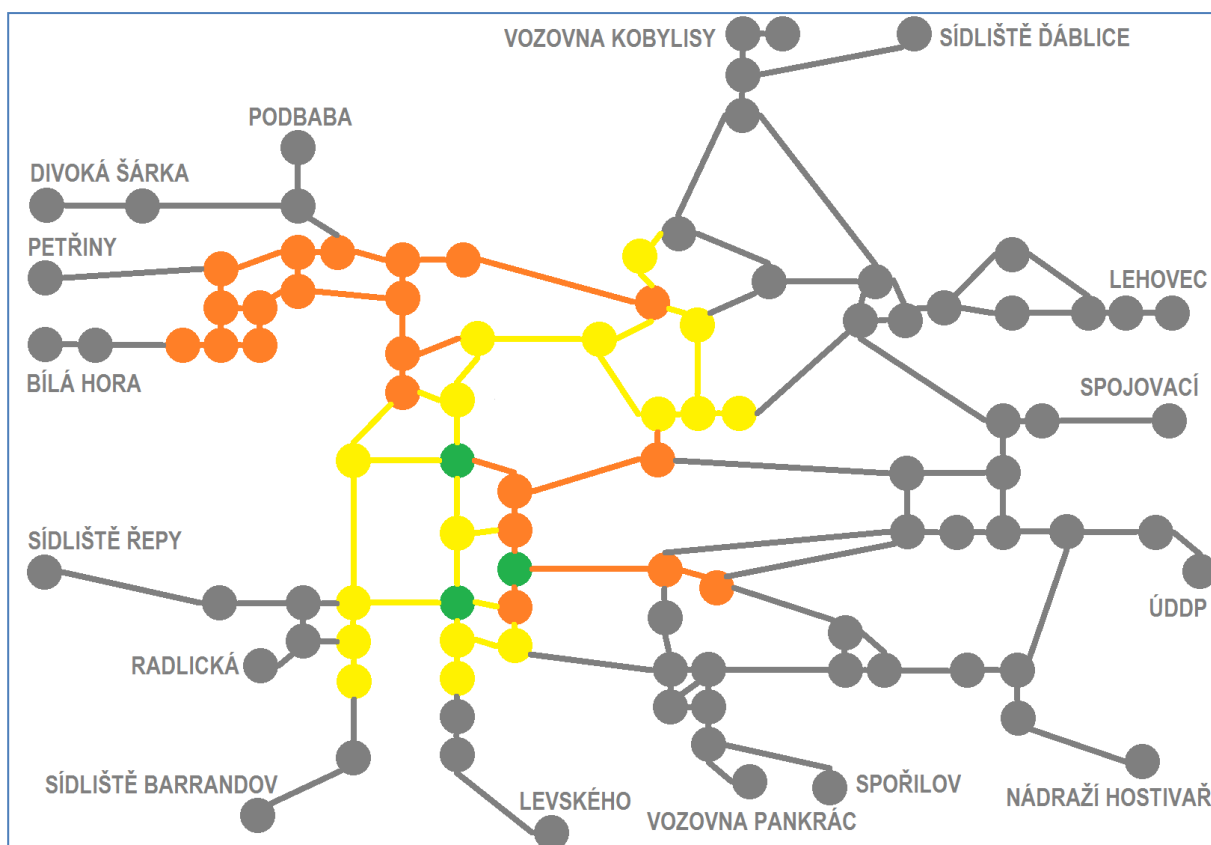
Energetická náročnost závisí na množství odebírané elektřiny z trakčních zdrojů. Stručně vybírám z Kubáta a kol. (2010, str. 175–176): „Trakčními zdroji jsou ve stejnosměrné napájecí síti měničny elektrického proudu, které zajišťují transformaci vysokého napětí na nízké napětí a dále pak usměrnění střídavého proudu na stejnosměrný a jeho distribuci na trať. ... V současnosti budované nebo modernizované měničny se zásadně navrhují jako bezobslužné, plně dálkově ovládané z centrálního energetického dispečinku. ... Pro operativní nasazení do úseků se zvýšeným přepravním zatížením nebo při poruše stabilní měničny jsou používány převozné měničny, které se dříve obvykle skládaly ze strojního a napájecového vozu a dnes bývají obvykle složeny do jednoho, případně dvou kontejnerů.“ Z toho vyplývá, že energetická náročnost je velmi proměnlivá. Zjednodušeně řečeno propustnost sítě závisí na počtu měníren, jejich výkonu a rovnoměrném rozmístění. Ale podle potřeby mohou být přistaveny převozné měničny nebo změněny parametry přenosové soustavy tak, aby v daném místě mohl být umožněn větší odběr proudu, tudíž i silnější provoz. Moderní nízkopodlažní vozidla mají zpravidla nižší energetickou náročnost, ale naopak větší hmotnost i rozměry. Takže mají

omezený průjezd některými úseky z jiných důvodů. Také záleží na prokladu vlaků v úseku. Při sjíždění vozidel může být elektrická síť nárazově přetížena.

V praxi se linkové vedení neurčuje s pevně danou propustností úseků. Návrh se stanoví podle požadavků na obslužnost a dále se upřesňuje konzultacemi s dopravcem, v tomto případě s energetickým dispečinkem. To pro modelaci znamená výhodu, ale i nevýhodu. Výhodou je určitá benevolence při stanovení maximální přípustné četnosti spojů v úseku (parametr KA_{ij} v navrhnutém modelu), což může usnadnit výpočetní fázi. Nevýhodou je skutečnost, že model směřuje k určitému zobecnění, což naopak může způsobit nepřesnost v interpretaci a implementaci výsledků.

Poznámka k terminologii. Pastor & Tuzar (2007) definují *propustnost úseku* jako „maximální počet kompletů, které mohou za časovou jednotku projít z počátečního uzlu dovnitř úseku. Přitom se předpokládá, že komplety, které prošly uvažovaným úsekem, mohou na jeho konci neomezeně v pohybu pokračovat do dalšího úseku. Propustnost je vlastnost pouze daného úseku.“ Vyjadřuje tedy například počet vlaků nebo vozidel jedoucích úsekem za hodinu. *Kapacita úseku* vyjadřuje maximální počet cestujících jedoucích úsekem za hodinu. Je dána součinem propustnosti a obsaditelnosti vozidla (Kubát a kol., 2010). Při modelování nás může zajímat jak propustnost, tak kapacita. Už víme, že propustnost se vztahuje k počtu vlaků (vozidel) a kapacita k počtu cestujících. Při kvantifikaci modelu je třeba vyjádřit všechny parametry ve stejných jednotkách – tzn. převést propustnost na kapacitu, nebo naopak. Vzhledem ke snaze o obecnější použití proto v navrhnutém modelu označuji tyto pojmy pouze jedním názvem, a to *kapacita úseku* (parametr KA_{ij} – vyjadřuje maximální přípustné hodnoty v úseku). Protipólem kapacity je *požadavek úseku* (parametr PO_{ij} – vyjadřuje minimální přípustné hodnoty v úseku). Jako jednotku preferuji počet vozů v úseku.

Pražskou tramvajovou síť lze z hlediska propustnosti rozdělit do tří zón, viz obrázek 2.1. Minimální možný interval mezi vlaky v jednotlivých úsecích je zachycen v tabulce 2.1. Vše platí v obou směrech. Vlakem se míní dvouvozová souprava nebo její ekvivalent v podobě článkové tramvaje. Pro jednovozové vlaky (tzv. sóla) přibližně platí dvojnásobná propustnost. Barevné označení je pouze ilustrační.



Obrázek 2.1– Propustnost pražské sítě (zdroj dat DPP)

<i>zóna</i>	<i>interval mezi vlaky</i>	<i>počet souprav za hodinu</i>	<i>počet vozidel za hodinu</i>	<i>souprav za špičkový interval 8 minut</i>	<i>vozidel za špičkový interval 8 minut</i>
oranžová	1 minuta	60	120	8	16
žlutá	1,5 minuty	40	80	cca 5	cca 11
šedá	2 minuty	30	60	4	8

Tabulka 2.1 – Propustnost pražské sítě (zdroj dat DPP)

Kritickými místy jsou tři křižovatky ve středu města, kde se kromě silného tramvajové provozu vyskytuje i silný automobilový provoz a také množství chodců. Navíc stísněné poměry v historické zástavbě ztěžují plynulý průjezd. Jedná se o křižovatky Národní divadlo, Karlovo náměstí a Palackého náměstí, v obrázku 2.1 jsou odshora vyznačené zeleným kolečkem. Navrhované linkové vedení se konzultuje zejména s důrazem na dobrou propustnost v těchto místech.

2.6 Příklady reorganizace

(1) První příklad pochází z **Prahy**. Při zprovoznění třetí budované trati metra (*B*) došlo k 3. 11. 1985 ke dvěma významným změnám. Zaprvé se ustálilo označování pravidelných denních linek číselnou řadou 1 až 26, tehdy nepřerušovanou a v upravených trasách linek. Předtím se kvůli výstavbě metra (započala v roce 1967) vedení mnohokrát měnilo. Přerušovaná číselná řada dosáhla v jednu chvíli až čísla 35. Situace žádala zpřehlednění. Zadruhé vznikla úplně nová série nočních linek označená číselnou řadou 51 až 58. S drobnými změnami (například přibyla linka 59, Fojtík a kol., 2010) toto vedení vydrželo dodnes, tj. cca 27 let.

(2) Druhý příklad pochází z druhého největšího města i tramvajové sítě v České republice, z **Brna**. Provozovatel je Dopravní podnik města Brna, a. s. (www.dpmb.cz). Po změně tarifu z nepřestupného na přestupný došlo k zásadní reorganizaci tramvajových linek. K 2. 9. 1995 jejich počet definitivně klesl z 22 na 13. Také toto nové vedení se osvědčilo, s drobnými změnami vydrželo dodnes, tj. cca 17 let.

(3) Fenoménem poslední doby je vytváření **páteřních linek** neboli metrolinek s častějším provozem v polovičních intervalech, které nahrazují souběžné linky a předznamenávají budoucí reorganizaci. V současnosti jezdí v Praze denní páteřní linky číslo 9, 17 a 22. Poslední (17) přibyla v roce 2009. Na linkách 9 a 22 jsou v celé trase provozovány výhradně dvouvozové soupravy nebo jejich ekvivalenty, tj. nejdelší povolené tramvajové vlaky v Praze. Na základní trase linky 17 ve standardním intervalu rovněž, v pracovní dny jsou ve většině trasy proloženy dalšími soupravami a o víkendu sólo vozy. Za noční páteřní linku lze považovat 59, která sice jezdí ve standardním intervalu, ale je v každé polovině trasy posílána prokladem další linky.

Jak lze vidět, dobře provedená reorganizace může vydržet dlouhou dobu ke spokojenosti uživatelů, i když byla provedena bez použití sofistikované výpočetní techniky. Právě pokusit se nahradit současné linkové vedení v Praze novým, postaveným na několika páteřních linkách, za použití metod operačního výzkumu je velkou ambicí této diplomové práce.

3 MODELACE TRASOVÁNÍ

3.1 Stručná geneze navrhnutého modelu

Existuje mnoho způsobů, jak simulovat chod dopravního systému. Od vytvoření maketového modelu přes aplikaci historických poznatků nebo benchmarkingu až po využití metod operačního výzkumu nebo počítačové simulace. V diplomové práci provedu optimalizaci linkového vedení s využitím **lineárního programování**. Pokusím se získat jediné (nebo alternativní) globální optimum, a proto dávám přednost lineárnímu programování před například simulačním modelem. Ostatně za nejlepší „simulaci“ považuji dlouhodobé sledování reálného provozu, který přináší mnohé nepředvídané situace.

Při vytváření matematického modelu pražské tramvajové sítě jsem postupoval poněkud nestandardně. Protože přes společné rysy považuji každý dopravní systém za unikátní a plný provozních specifik, nesnažil jsem se nějaký existující model transformovat na pražské poměry. Naopak jsem ad hoc vytvořil model vycházející z obecného kolejového provozu a postupně jen doplňoval nebo upravoval omezení podle potřeb, které byly vyvolány provozními specifiky nebo programovacími komplikacemi. Výsledkem mého snažení je obecně zapsaný matematický model (M 3.4). Vzhledem k tomu, že tramvajové systémy v České republice jsou si podobné, lze jej snadno konkretizovat na daný systém volbou počtu linek k dispozici, uzlů, úseků a obměnou některých omezení.

Co se typového zařazení týče, lze navrhnutý model charakterizovat jako kombinaci **přiřazovacího problému** a tokové úlohy **hledání minimální kostry grafu**. Každou linku v dopravní síti lze spatřovat jako zvláštní tok hranami, přičemž zdrojový a koncový uzel může být kterýkoliv z množiny obratišť. Průběžnými uzly, představujícími křižovatky, musí tok proniknout v nezměněné velikosti a bez rozvětvení.

Jedna linka nestačí na obsazení všech hran. Celé linkové vedení lze spatřovat jako sadu jednotlivých toků, které musí souhrnně obsadit všechny požadované hrany. Důležitou podmínkou je, aby v každé hraně součet velikostí toků, které jí procházejí,

splnil zadaný požadavek a zároveň nepřekročil zadanou kapacitu. Jednotlivé části různě označených toků jsou přiřazovány hranám, aby celkový počet toků v síti byl co nejmenší. Nejedná se tedy o maximální nebo minimální tok sítí. Souvislá sekvence částí toku pak jasně určuje trasu každé linky po hranách dopravní sítě. Hrany jsou předem ohodnoceny pouze pomocí zadaných požadavků a kapacit. Klasické náklady se v navrhnutém modelu nevyskytují, nejsou proto ani součástí účelové funkce (viz kapitolu 2.2).

Nakonec jsem dospěl k některým omezením, která se objevují i v často používaných modelech různých autorů (viz kapitolu 1.2). Zároveň jsem modifikoval některá omezení používaná v typových úlohách teorie grafů. Všechna použitá omezení jsou samozřejmě doplněna vysvětlujícím a odkazujícím komentářem. Protože některé problémy, se kterými jsem se při vytváření modelu potýkal, mají obecnější charakter a pro modelování trasování velký význam, jsou dále rozepsány. Mohou se stát inspirací dalšího výzkumu nebo námětem zlepšujících inovací pro vývojáře optimalizačního softwaru.

3.2 Vzorové modely

Přiřazovací problém lze obecně formulovat takto (převzato od Jablonského, 2007):

c_{ij} náklady přiřazení objekt $i \leftrightarrow$ objekt j ,

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{objekt } i \leftrightarrow \text{objekt } j, \\ 0 & \text{jinak,} \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad m \geq n,$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min,$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (M \ 3.1)$$

$$\sum_{j=1}^m x_{ij} = 1, \quad j = 1, 2, \dots, n,$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

Častěji se předpokládá $m = n$ a rovnost v první soustavě podmínek.

Úlohu hledání minimální kostry grafu lze formulovat prvním způsobem takto (Pelikán, 2001):

Graf $G = \{V, H\}$,

kostra grafu $G' = \{V, H'\}$, $H' \subseteq H$,

minimální kostra grafu – kostra grafu s minimálním součtem ohodnocení hran,

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{hrana } (i, j) \text{ bude vybrána,} \\ 0 & \text{jinak,} \end{cases} \quad (i, j) \in H,$$

y_{ij} tok hranou (i, j) .

$$\begin{aligned} \sum_i \sum_{\substack{j \\ (i,j) \in H}} c_{ij} x_{ij} &\rightarrow \min, \\ x_{1j} &= 0, \quad j \in V - \{1\}, \\ \sum_{\substack{j \\ (i,j) \in H}} x_{ij} &= 1, \quad i \in V - \{1\}, \\ \sum_{\substack{j \\ (i,j) \in H}} y_{ij} - \sum_{\substack{k \\ (k,i) \in H}} y_{ki} &= 1, \quad i \in V - \{1\}, \\ 0 \leq y_{ij} &\leq (n-1)x_{ij}, \quad (i, j) \in H, \\ x_{ij} &\in \{0,1\}, \quad (i, j) \in H. \end{aligned} \tag{M 3.2}$$

Pokud minimální kostru grafu tvoří *strom bez větví* (viz kapitolu 2.3), platí následující tvrzení. Proměnná y_{ij} vlastně vyjadřuje pořadí orientované hrany, které je udáno proměnlivou velikostí toku hranou. První podmínka zaručí, že jeden zvolený cílový uzel (zde označen indexem 1) bude do trasy vybrán až na konec. Druhá podmínka zaručí, že od každého jiného, tj. výchozího a průběžného uzlu bude vybrána právě jedna odchozí hrana. Třetí a čtvrtá podmínka představují *MST podmínky*, které se staly předobrazem omezení (3.4) až (3.6) v (M 3.4). Tok hranou se po průchodu uzlem zvýší o jednotku – zvýší se pořadové číslo hrany. Podle čtvrté podmínky je tok hranou roven nule, pokud není vybrána. Tak bude označeno přesně o jednu hranu méně, než kolik je uzlů v grafu. Dostaneme souvislou přímou trasu z výchozího (předem neznámého) uzlu do cílového uzlu. Čtvrtá podmínka zároveň spolu s pátou vymezuje možné hodnoty proměnných.

Podobnou úpravu popisují Jelínek, Pelikán, Fábry (2009) při řešení rozšířené úlohy čínského listonoše (*Chinese Postman Problem*), kde není nutné procházet všemi hranami grafu. Tato verze se v odborné literatuře nazývá *Rural Postman Problem*. Hraný se dělí na povinné a nepovinné. Cílem je projít všechny povinné hrany v minimálně ohodnoceném (zpravidla nejkratším) souvislém sledu. Pokud všechny povinné hrany a uzly tvoří souvislý podgraf je třeba:

- a) transformovat původní graf odebráním uzlu neležícího na povinné hraně a s ním incidentních hran, aby byla nalezena minimální kostra celého grafu, nebo
- b) ponechat původní graf a přidat do modelu podmínky, které zaručí, že součástí minimální kostry budou jakékoliv uzly, kterými procházíme, tedy *souvislý podgraf*, což je stěžejní prvek navrhnutého modelu.

Pro úplnost uvádím, jak by vypadal druhý způsob formulace **úlohy hledání minimální kostry grafu**. Vysvětlení podmínek je analogicky opačné k prvnímu způsobu.

$$\begin{aligned}
 & \sum_i \sum_{\substack{j \\ (i,j) \in H}} c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min, \\
 & x_{i1} = 0, \quad i \in V - \{1\}, \\
 & \sum_{\substack{j \\ (i,j) \in H}} x_{ij} = 1, \quad j \in V - \{1\}, \\
 & \sum_{\substack{k \\ (k,i) \in H}} y_{ki} - \sum_{\substack{j \\ (i,j) \in H}} y_{ij} = 1, \quad i \in V - \{1\}, \\
 & 0 \leq y_{ij} \leq (n-1)x_{ij}, \quad (i,j) \in H, \\
 & x_{ij} \in \{0,1\}, \quad (i,j) \in H.
 \end{aligned} \tag{M 3.3}$$

Poznámka. V dalším textu se *modelem* míní vždy navrhnutý model (M 3.4), není-li výslovně uveden nebo odkazován jiný.

3.3 Navrhnutý model

Tramvajovou síť TS lze obecně zapsat takto:

$$TS = \{V, U\}, \quad V = X \cup Y \cup Z,$$

V	... množina uzlů (vrcholů sítě), tvořená disjunktními množinami typů uzlů;
U	... množina úseků (hran sítě), tvořená existujícími traťovými úseky mezi uzly;
X	... množina křižovatek;
Y	... množina mezilehlých obratišť;
Z	... množina koncových obratišť;
L	... počet linek k dispozici;
n	... číslo linky, přirozené, nejvýše rovno L .

Vedení linek popisují tyto parametry:

PO_{ij}	... požadovaná obslužnost úseku mezi uzly i a j ;
KA_{ij}	... kapacita úseku mezi uzly i a j ;
KA_{max}	... nejvyšší známá kapacita úseku, platí $KA_{max} = \max_{(i,j) \in U} \{KA_{ij}\}$;
MM	... velká konstanta, platí $MM \geq \max\{ U , KA_{max}\}$;
NN	... velká konstanta, platí $NN \geq MM \cdot KA_{max}$;

Vedení linek popisují tyto proměnné:

JS_n	... binární pr. určující, zda linka n jede v síti, je obsazena (1), nebo ne (0);
JU_{nij}	... binární pr. určující, zda linka n jede v úseku mezi uzly i a j (1), nebo ne (0);
JX_{nx}	... binární pr. určující, zda linka n jede křižovatkou x (1), nebo ne (0);
KJ_n	... celočíselná pr. určující, kolika jede úseky linka n ;
KS_n	... celočíselná pr. určující, kolik v síti v každém úseku jede vozů linky n ;
KU_{nij}	... celočíselná pr. určující, kolik v úseku mezi uzly i a j jede vozů linky n ;
PU_{nij}	... celočíselná pr. určující pořadí úseku mezi uzly i a j na trase linky n .

Obsazení linky a její trasa se jednoznačně určí například podle nenulových hodnot JU_{nij} . Množina neorientovaných úseků je nadále označena U , množina orientovaných úseků je označena U° , více o orientaci v kapitole 3.5. Následuje matematická formulace. Účelem je získat co nejméně obsazených linek, minimalizujeme tedy jejich součet (účelová funkce 3.1) za dalších podmínek.

$$\text{Model (M 3.4):} \quad \sum_{n=1}^L JS_n \rightarrow \min, \quad (3.1)$$

$$\sum_{\substack{(i,j) \in U \\ i=x \vee j=x}} JU_{nij} = 2 \cdot JX_{nx}, \quad n = 1, 2, \dots, L, \quad \forall x \in X, \quad (3.2)$$

$$\sum_{\substack{(i,j) \in U \\ i \in Z \vee j \in Z}} JU_{nij} = 2 \cdot JS_n, \quad n = 1, 2, \dots, L, \quad (3.3)$$

$$\sum_{(i,j) \in U^\circ} PU_{nij} - \sum_{(k,i) \in U^\circ} PU_{nki} = JX_{ni}, \quad n = 1, 2, \dots, L, \quad \forall i \in X, \quad (3.4)$$

$$PU_{nij} \leq MM \cdot JU_{nij}, \quad n = 1, 2, \dots, L, \quad \forall (i, j) \in U, \quad (3.5)$$

$$PU_{nji} \leq MM \cdot JU_{nij}, \quad n = 1, 2, \dots, L, \quad \forall (i, j) \in U, \quad (3.6)$$

$$JU_{nij} + JU_{nj k} \leq 1, \quad n = 1, 2, \dots, L, \quad \begin{matrix} (i, j), (j, k) \in U, \\ \nexists i \rightarrow j \rightarrow k, \end{matrix} \quad (3.7)$$

$$JU_{nij} = 0, \quad n \in \{1, 2, \dots, L\}, \quad (i, j) \in U, \quad \nexists i \rightarrow j, \quad (3.8)$$

$$JU_{nij} = 1, \quad n \in \{1, 2, \dots, L\}, \quad (i, j) \in U, \quad ! i \rightarrow j, \quad (3.9)$$

$$\sum_{n=1}^L KU_{nij} \leq KA_{ij}, \quad \forall (i, j) \in U, \quad (3.10)$$

$$\sum_{n=1}^L KU_{nij} \geq PO_{ij}, \quad \forall (i, j) \in U, \quad (3.11)$$

$$MM \cdot JU_{nij} \geq KU_{nij}, \quad n = 1, 2, \dots, L, \quad \forall (i, j) \in U, \quad (3.12)$$

$$KJ_n = \sum_{(i,j) \in U} JU_{nij}, \quad n = 1, 2, \dots, L, \quad (3.13)$$

$$MM \cdot JS_n \geq KJ_n, \quad n = 1, 2, \dots, L, \quad (3.14)$$

$$\frac{KS_n - KU_{nij}}{NN} \leq \frac{1 - JU_{nij}}{MM}, \quad n = 1, 2, \dots, L, \quad \forall (i, j) \in U, \quad (3.15)$$

$$KS_n \geq KU_{nij}, \quad n = 1, 2, \dots, L, \quad \forall (i, j) \in U, \quad (3.16)$$

$$JS_n \in \{0, 1\}, \quad n = 1, 2, \dots, L, \quad (3.17)$$

$$JU_{nij} \in \{0, 1\}, \quad n = 1, 2, \dots, L, \quad \forall (i, j) \in U, \quad (3.18)$$

$$JX_{nx} \in \{0, 1\}, \quad n = 1, 2, \dots, L, \quad \forall x \in X, \quad (3.19)$$

$$0 \leq KJ_n \leq |U|, \text{ celé}, \quad n = 1, 2, \dots, L, \quad (3.20)$$

$$0 \leq KS_n \leq KA_{\max}, \text{ celé}, \quad n = 1, 2, \dots, L, \quad (3.21)$$

$$0 \leq KU_{nij} \leq KA_{\max}, \text{ celé}, \quad n = 1, 2, \dots, L, \quad \forall (i, j) \in U, \quad (3.22)$$

$$0 \leq PU_{nij} \leq |U|, \text{ celé}, \quad n = 1, 2, \dots, L, \quad \forall (i, j) \in U^\circ. \quad (3.23)$$

3.4 Význam jednotlivých podmínek

(3.2) Obsazená linka musí křižovatkou projet, aniž dojde k rozvětvení trasy, nebo se jí vyhnout. Každá linka vede právě dvěma úseky incidentními s křižovatkou, nebo žádným.

(3.3) Obsazená linka má právě dvě konečné zastávky. Každá linka vede právě dvěma úseky incidentními s koncovou smyčkou, nebo žádným.

(3.4) až (3.6) Obsazená linka má souvislou trasu. Úseky mají různá pořadová čísla přidělovaná projetými uzly. Pokud linka daným úsekem nevede, je jeho pořadové číslo 0 (neplatí opačně).

(3.7) Některá trasa může být zakázána pro veškeré linky z důvodu nemožného propojení incidentních úseků. Zejména kvůli neúplné křižovatce (v dané relaci chybí koleje), respektive kvůli přepravním požadavkům (v dané relaci chybí důležitá přestupní zastávka). Pokud taková potřeba není, může být vynecháno.

(3.8) až (3.9) Některý úsek může být zakázaný nebo naopak preferovaný pro vybrané nebo veškeré linky. Pak se uplatní některé z dvojice těchto omezení. Pokud taková potřeba není, může být vynecháno.

(3.10) Musí být dodržena kapacita každého úseku. Pokud taková potřeba není, může být vynecháno. V praxi je to však těžko představitelné.

(3.11) Musí být dodržena požadovaná obslužnost v každém úseku. Toto je klíčová podmínka. Samozřejmě může být vyjádřena i rovností, nebo odchylkou od rovnosti. Nerovnost je z hlediska výpočtu nejvýhodnější.

Mezi hodnotami proměnných platí logické vztahy. Blíže jsou komentovány v tabulce 3.1 a pod ní. (3.12) pro *vztah 1*, (3.13) až (3.14) pro *vztah 2*, (3.15) až (3.16) pro *vztah 3*.

(3.17) až (3.23) Omezení proměnných. Horní meze celočíselných proměnných jsou volitelné, zde uvedené doporučené.

situace v úseku $i-j$ pro linku n :	hodnoty proměnných:						
	vztah 1		vztah 2		vztah 3		
	JU_{nij}	KU_{nij}	JS_n	KJ_n	KS_n	JU_{nij}	KU_{nij}
Linka vůbec nejede v síti.	0	0	0	0	0	0	0
Linka v úseku nejede, jinudy ano.	0	0	1	>0	>0	0	0
Linka v úseku jede.	1	>0	1	>0	>0	1	$=KS_n$

Tabulka 3.1 – Vztahy mezi proměnnými

Vztah 1 zaručuje, že pokud linka nevede úsekem, nepojedou v tomto úseku žádné její vozy. Pokud vede, tak pojedou, díky minimalizačnímu charakteru účelové funkce. *Vztah 2* zaručuje, že pokud linka není v síti vůbec obsazena, nepojedou žádným úsekem její vozy. Pokud je, tak nějakým pojedou, díky minimalizačnímu charakteru účelové funkce. *Vztah 3* zaručuje neměnnost sestavy vlaku na lince v celé síti. Pokud linka úsekem vede, pojede tedy stejný počet jejích vozů za interval jako v každém dalším úseku, kterým linka vede, a to KS_n . Ovšem pokud nevede, opačně vztah platit nemusí. Hodnota KS_n může být z logiky věci nanejvýš rovna maximální hodnotě KA_{ij} , proto také $NN \geq MM \cdot KA_{max}$. Pokud připustíme, že v některých úsecích pojede jiný počet vozů za interval, tzn. více variant trasy, lze *vztah 3* a jemu odpovídající dvojici podmínek z modelu vypustit. Včetně proměnné KS_n a konstanty NN . Ovšem velký počet variant trasy odporuje účelu optimalizace zjednodušit linkové vedení.

Uvedené vztahy nevyplývají z omezujících podmínek přímo, zaručí je však provázanost s účelovou funkcí. Podle účelové funkce vždy preferujeme $JS_n = 0, KJ_n = 0$. Takto odstraníme nesmyslnou, avšak podle samostatné podmínky pro *vztah 2* přípustnou, možnost $KJ_n = 0 \wedge JS_n = 1$. Aby bylo $KJ_n = 0$, preferujeme projíždět minimum úseků, tedy $JU_n = 0$. Pokud je $JU_n = 0$, musí být $KU_n = 0$. Takto odstraníme nesmyslnou, avšak podle samostatné podmínky pro *vztah 1* přípustnou, možnost $KU_n = 0 \wedge JU_n = 1$. Přesto se může stát, že pro některé linky nebudou trojice hodnot proměnných JS_n, KJ_n, KS_n dávat v řešení smysl. Například $JS_{13} = 0 \wedge KJ_{13} = 0 \wedge KS_{13} > 0$. Pokud tyto nedostatky přehlédneme a do výsledků zahrneme pouze obsazené linky, u kterých se obdobné nedostatky neobjevují, získáme plně vyhovující řešení. Nedostatky asi pochází z předchozích iterací, kdy nějaká z hodnot měla smysl a dále není významná.

3.5 Poznámka k orientaci hran sítě

Pro jasnou identifikaci trasy v síti předpokládám, že mezi uzly existuje nanejvýš jeden traťový úsek. (Toto pravidlo lze za určitých podmínek porušit. Při odhadu modelu k tomu dojde ve variantě 4, viz kapitolu 4.4.) Traťový úsek může být vyjádřen a) jako neorientovaná hrana, b) jako jedna orientovaná hrana, c) jako dvě vzájemně opačně orientované hrany. Zvolená orientace hran a vlastnosti proměnných spolu úzce souvisejí.

Pokud jsou všechny hrany orientované – způsobem b) nebo c) – umožňuje to dosáhnout nesymetrických hodnot proměnných týkajících se traťových úseků. Například pro jednosměrnou linku číslo 21 a obousměrný úsek $A-B$ může platit $JU_{21AB} = 1 \wedge JU_{21BA} = 0, PO_{AB} > PO_{BA}$. Pokud jsou všechny hrany neorientované, znamená to symetrii hodnot proměnných týkajících se traťových úseků. Potom ve stejném příkladu nastane $JU_{21AB} = 1 \wedge JU_{21BA} = 1, PO_{AB} = PO_{BA}$, nebo $JU_{21AB} = 0 \wedge JU_{21BA} = 0, PO_{AB} = PO_{BA}$.

Nevýhodou tohoto přístupu je zřejmě zkreslení reálné sítě. Nemusí však odporovat interpretaci modelu, pokud některým proměnným přisoudíme fiktivní význam. **Výhodou použití neorientovaných hran je zmenšení počtu proměnných**, které může být pro výpočet rozhodující. Protože nezáleží na pořadí názvů uzlů v názvu úseku, platí $JU_{nij} = JU_{nji}$ apod. Postačí formulovat $JU_{21AB} = 1, PO_{AB}$, respektive $JU_{21AB} = 0, PO_{AB}$. Takovému přístupu dávám přednost.

S výjimkou proměnné PU_{nij} jsou proto všechny ostatní proměnné definované pro neorientované hrany. Množina U je nadále chápána jako *množina úseků*, neorientovaných hran v nahodilém směru zápisu. Aby mohly být určeny všechny proměnné PU_{nij} , musí existovat *množina směrů*, orientovaných úseků, značená U° . Ta obsahuje hrany množiny U orientované ve směru původního zápisu a zároveň stejné hrany orientované opačně, má tedy dvakrát víc prvků. Proměnná PU_{nij} nadále vyjadřuje pořadí traťového úseku mezi uzly i a j na trase linky n , ovšem nikoliv samostatně. Pořadové číslo úseku je dané rozdílem hodnot proměnné ve směrech $i \rightarrow j$ a $j \rightarrow i$.

3.6 Úvod ke kvantifikaci navrhnutého modelu

Jak již bylo naznačeno, počet proměnných výrazně ovlivňuje řešitelnost modelu. Preferujeme použití méně proměnných. Jejich počet je odvozen od dvou aspektů – zvolené velikosti sítě a rozsahu vstupních dat. **Co se týče velikosti sítě**, tedy počtu uzlů a úseků, operoval jsem postupně s největší možnou sítí a následně s jejími zjednodušeními. Jednotlivé varianty jsou dále označeny čísly 1 až 4. Následuje jejich stručná charakteristika. Podrobný popis a výsledky optimalizace jsou uvedeny ve 4. části diplomové práce.

Varianta 1 – kompletní síť

- Zahrnuje všechny existující úseky, křižovatky a obratiště.

Varianta 2 – síť bez občasných uzlů a úseků

- Zahrnuje pouze úseky a obratiště projížděné v pravidelném denním provozu. A dále křižovatky projížděné alespoň ve dvou relacích.

Varianta 3 – vybrané uzly

- Zahrnuje kompromisní počet uzlů a úseků mezi nimi. Některé sousední uzly jsou proto sloučeny včetně úseků mezi nimi.

Varianta 4 – superuzly

- Zahrnuje kompromisní počet uzlů a úseků mezi nimi, aby byl rozsah modelu vhodně malý pro relativně rychlé vyřešení. Jsou ponechány pouze koncové smyčky, všechny křižovatky jsou sloučeny do „superuzlů“. Dále jsou sloučeny některé úseky.

Vytvoření několika variant má oporu v odborné literatuře. Varianty 2 a 3 představují formu *hranové agregace* dopravní sítě, extrahování hran. Varianta 4 představuje další formu, abstrahování hran. Částečně i *zonální agregaci*, neboť superuzly zastupují několik menších uzlů (Pastor & Tuzar, 2007). Přehled počtu uzlů a úseků v jednotlivých variantách poskytuje tabulka 3.2. Pro ilustraci uvádím pro varianty 1 a 3 také rozsah s malými a velkými obrátkami (MO, VO, viz kapitolu 2.1), protože tyto varianty inklinují k vyčerpávající formulaci modelu.

<i>varianta</i>	<i>1</i>	<i>1MO</i>	<i>1VO</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>3MO</i>	<i>3VO</i>	<i>4</i>
křižovatky	59	59	59	51	17	17	17	7
mezilehlá obratiště	24	24	24	13	17	17	17	0
koncové smyčky	16	16	16	16	16	16	16	16
obrátky mezilehlých obratišť	0	24	24	0	0	17	17	0
obrátky koncových smyček	0	0	16	0	0	0	16	0
celkem uzlů	99	123	139	80	50	67	83	23
celkem úseků	126	150	166	101	70	87	103	27

Tabulka 3.2 – Velikost variant

Co se týče rozsahu vstupních dat, je třeba zadat počet linek k dispozici, hodnoty požadavků a kapacit. Podotýkám, že číslo L v modelu (nazvané počet linek k dispozici) vlastně udává *počet čísel linek k dispozici*. Tzn. kolik nanejvýš chceme obsadit linek. Nejedná se o *množinu linek*, se kterou operují ve svých modelech jiní autoři a která navíc popisuje trasy, případně i provozní parametry linek. Ale samozřejmě počet linek k dispozici může být určen podle takové množiny. Množina stávajících tramvajových linek PID se stala východiskem kvantifikace navrhnutého modelu. Počet linek k dispozici by měl být nejvýše roven jejich počtu. Lze logicky odůvodnit použití některé z následujících hodnot:

- 26, protože linky číselné řady 1 až 26 jezdí v denním provozu;
- 24, tj. počet linek v denním provozu v pracovní den;
- 14, tj. počet „nejdůležitějších“ linek, které jsou celotýdenně ve dne provozovány ve dvouvozových soupravách nebo jejich ekvivalentech (1, 3, 8, 9, 10, 12, 14, 16, 17, 18, 20, 22, 24, 26);
- 9, tj. počet nočních linek, jejich trasy však pokrývají téměř celou síť a zřejmě nepotřebují počítačově optimalizovat.

Stanovení požadavků a kapacit souvisí s **optimalizačním záměrem**. Zprvé chci zkontrolovat současné vedení, zda by při zachování zatížení úseků nebylo možné snížit počet linek. V takovém případě jsou požadavky zadány přesně podle platného schématu linek. Platí $PO_{ij} = KA_{ij}$, $\forall (i, j) \in U$, což se týká omezení (3.10) a (3.11) v modelu. Zadruhé chci ad hoc vytvořit nové vedení podle získaných dat. Uvedená rovnice pak nemusí platit.

V obou případech hodnoty parametrů PO_{ij} a KA_{ij} představují počty vozů v úseku v taktovém intervalu. Tyto počty získáme součtem vozů v sestavách jednotlivých linek vedených daným úsekem. Tzn. součtem proměnných KU_{nij} – základní příklady poskytuje tabulka 3.3.

<i>typ linky</i>	<i>sestava vlaku</i>	<i>zkratka</i>	<i>hodnota KU_{nij}</i>
neobsazena	žádný vůz	0T	0
normální	1 vůz	1T	1
normální	2 vozy nebo ekvivalent	2T	2
normální	1 vůz s prokladem 1	2T	2
páteřní	2 vozy s prokladem 1	3T	3
páteřní	2 vozy nebo ekvivalent	4T	4

Tabulka 3.3 – Význam hodnot KU_{nij} v taktovém intervalu

Pro úplnost podotýkám, že taktový interval v Praze činí v přepravní špičce pracovního dne 8 minut, v sedle 10 minut, o víkendu a svátcích 15 minut, v neděli ráno a celotýdenně večer 20 minut. U páteřní linky je poloviční. Pro běžný provoz s cestujícími jsou v Praze povoleny pouze sestavy tvořené jedním vozem *typu T*, soupravou ze dvou vozů *typu T* nebo ekvivalentní článkovou tramvají³. Většina linek je provozována jako 1T nebo 2T bez prokladu. Hodnoty proměnné KU_{nij} lze interpretovat jinak, když změníme délku intervalu nebo sestavu vlaku. Například možnost 3T se objevuje o víkendech na lince 17, vložené sólo vozy mají kratší trasu. Po zavedení jednotné dvouvozové sestavy bez prokladu bychom stejného zatížení dosáhli při delším intervalu mezi spoji. Tzn. o víkendu 10 minut (místo 7,5), v obdobné situaci ve špičce pracovního dne cca 6 minut (místo 4). Současné linkové vedení se vztahuje k 15. 10. 2011. Trasy linek a sestavy tramvajových vlaků jsou převzaty z trvalého stavu, aktualizovaného k tomuto datu. (Zdroj dat ROPID – Seznam linek PID. Schéma současného linkového vedení uvádím v přílohách. Jedná se však o dlouhodobý stav denního provozu, zachycující dlouhodobé výluky. Linka 15 je oproti trvalému stavu rozdělena na 15 a 36. Jinak se stavy shodují.)

³ Popis vozidel lze nalézt například na serveru Pražské tramvaje (www.prazsketramvaje.cz) nebo u Kubáta a kol. (2010).

4 ŘEŠENÍ VARIANT

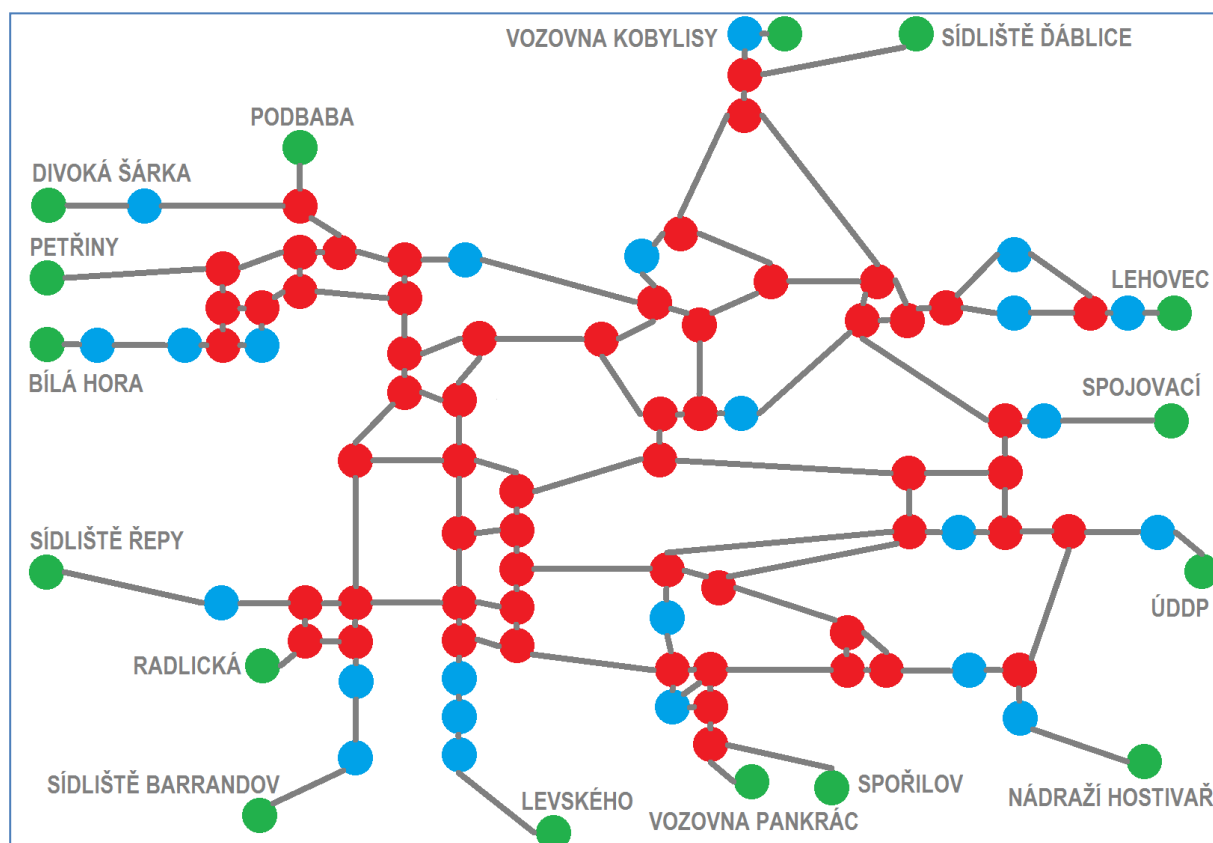
V této části diplomové práce jsou blíže popsány varianty velikosti sítě, dále problémy a úspěchy při kvantifikaci modelu v jednotlivých variantách. Na konci předkládám návrh nového linkového vedení, zaměřený na špičku pracovního dne.

4.1 Varianta 1 – kompletní síť

Jak název napovídá, tato varianta zahrnuje všechny existující úseky, křižovatky a obratiště. Je výchozí variantou pro další, zmenšené. Proto považuji za vhodné upozornit na první tabulku v přílohách, kde jsou všechny uzly představeny. (Uzly jsou seřazené po sloupcích podle jejich výskytu v kolejové síti, přibližně do tvaru písmene U). Pro jednoduchost jsem všechny křižovatky a obratiště označil obvykle používaným názvem. Označení seznamem ulic a prostranství, na jejichž rozhraní leží, by bylo sice přesnější, ale pro použití do obrázků nebo optimalizačního softwaru nepraktické. Většina názvů odpovídá poblíž umístěným zastávkám. Názvy byly převzaty ze serveru Pražské tramvaje (www.prazsketramvaje.cz), kde se lze seznámit s historií těchto míst.

Varianta 1 kopíruje skutečné kolejové schéma uvedené v přílohách. Díky tomu každá modelová trasa je v reálné síti jednoznačně identifikovatelná. A každou reálnou trasu lze v modelu doslovně zapsat. Značnou nevýhodu pro výpočet znamená velikost varianty (99 a více uzlů, 126 a více úseků, viz tabulku 3.2). Navíc pro krátké traťové úseky bez zastávek by se hůře určovaly požadovaná obslužnost a kapacita. Proto varianta 1 **nebyla převedena do optimalizačního softwaru**. Stala se však důležitým východiskem celé diplomové práce. Graficky je varianta znázorněna⁴ na obrázku 4.1. Kolečka představují uzly, jejich spojnice traťové úseky. Červeně jsou vyznačeny křižovatky (typ X), modře mezilehlá obratiště (typ Y, bez obrátek) a zeleně koncové smyčky (typ Z, bez obrátek). Koncové smyčky jsou pro snazší orientaci doplněny celými názvy. Podotýkám, že různé nedokonalosti jako neúplné křižovatky nejsou v diagramu zachyceny. Pozorný čtenář si jich jistě všimne v kolejovém schématu v přílohách.

⁴ Všechny obrázky ve 4. kapitole jsou vlastní tvorba.



Obrázek 4.1 – Varianta 1 – schéma

4.2 Varianta 2 – síť bez občasných uzlů a úseků

Prvním krokem zmenšení rozsahu modelu bylo vynechání uzlů a úseků, které nejsou pravidelně využívány. Varianta 2 zahrnuje pouze úseky a obratiště pojížděné v pravidelném denním provozu. A dále křižovatky projížděné alespoň ve dvou relacích. Uzly lze odečíst z tabulky v přílohách po odmyšlení těch označených za občasný. Každá modelová trasa je v reálné síti jednoznačně identifikovatelná. Ne každou reálnou trasu však lze v modelu doslovně zapsat. Úprava velikosti (viz tabulku 3.2) výrazně zlepšení nepřinesla. Proto varianta 2 **nebyla převedena do optimalizačního softwaru**. Stala se však dalším krokem k cíli.

4.3 Varianta 3 – vybrané uzly

Varianta 3 zahrnuje kompromisní počet uzlů a úseků mezi nimi (viz tabulku 3.2). Poskytuje co nejmenší rozsah, aby každá modelová trasa zůstala v reálné síti jednoznačně identifikovatelná. Ne každou reálnou trasu však lze v modelu doslovně zapsat, protože některé sousední uzly byly sloučeny včetně úseků mezi nimi. Pro jednotnost v označení jsou uzlům přiděleny *identity*. Postup slučování uzlů a přidělení identit jsou zachyceny v druhé tabulce v přílohách. Výsledný diagram ukazuje obrázek 4.2. Nedokonalosti sítě jako neúplné křižovatky nejsou v diagramu zachyceny. Některé z nich navíc sloučením uzlů „zanikly“.

Pokusy o optimalizaci modelu však nedopadly příliš dobře. Profesionální programy *LINGO 10.0 Extended*, *CPLEX Interactive Optimizer 12.2* ani *XPRESS-IVE 7.1* po několikahodinovém počítání nenalezly optimální řešení a přerušily činnost pro nedostatek disponibilní paměti. Cenným výsledkem proto zůstává nalezení přípustného řešení v programu *XPRESS-IVE*. Toto řešení ale nevychází z exaktních hodnot kapacit a požadavků, bylo výsledkem pokusné kvantifikace. Počet linek k dispozici L zůstal základní (26). Do prázdné sítě byly promítnuty pouze požadavky z nejdůležitějších 14 linek, vyjádřené počtem vozů v úseku ve špičkovém intervalu podle současných tras. (Jedná se o denní linky celotýdenně provozované ve dvouvozových soupravách nebo jejich ekvivalentech, ale nepokryjí celou síť.) Kapacity byly odhadnuty jako dvojnásobky požadavků. Přípustné řešení bylo vypočteno po pěti hodinách, a to s hodnotou účelové funkce 11. **Očekávaný počet 14 linek se tedy podařilo zredukovat na 11.**

Přínosem řešení bylo zejména ověření funkčnosti modelu (byť omezené). Jeho rozsah – cca 10 000 celočíselných proměnných, cca 14 000 lineárních omezení, cca 46 000 nenulových koeficientů (srovnej dále s variantou 4) – je pro nalezení optimálního řešení s běžným výpočetním vybavením zřejmě příliš velký. Zápis modelu v rozhraní programu *LINGO* je uveden v přílohách. Podle něj byl pro *XPRESS-IVE* generován zápis v univerzálním formátu *MPS*. Nalezené řešení znázorňuje obrázek 4.3. Červené hrany představují velmi výrazné (a tedy nadbytečné) překročení požadavku. Navíc nejsou ohlídány zákazy některých tras. Uvedeno je pouze pro ilustraci.

[illegible]

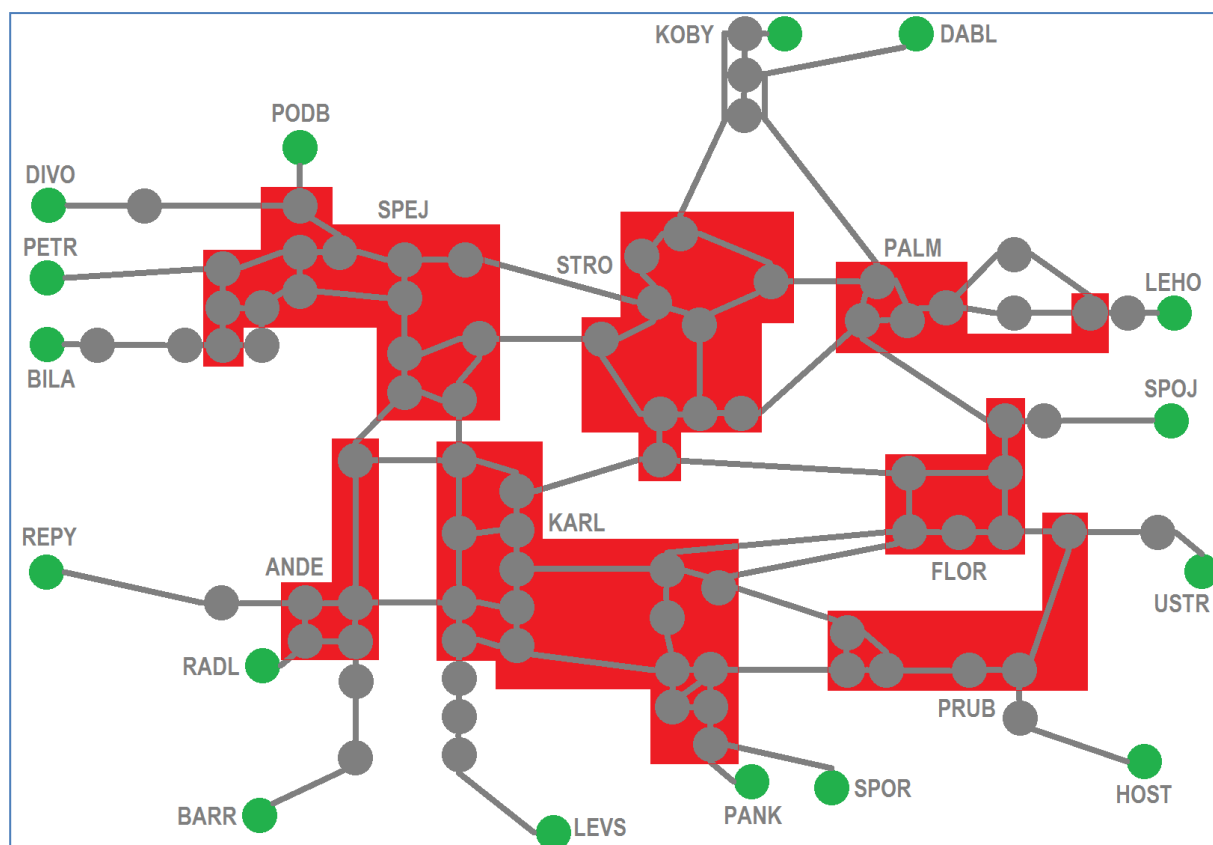
44

4.4 Varianta 4 – superuzly

Varianta 4 je přelomová. Zahrnuje takový počet uzlů a úseků mezi nimi, aby byl rozsah modelu vhodně malý pro relativně rychlé vyřešení (viz tabulku 3.2). Proto jsou ponechány pouze koncové smyčky; mezilehlé smyčky jsou vynechány; všechny křižovatky jsou sloučeny do sedmi *superuzlů*. Navíc jsou sloučeny další úseky. Důsledkem čehož **ne každá modelová trasa je v reálné síti přesně identifikovatelná**. Ne každou reálnou trasu lze v modelu doslovně zapsat. Poznámka: uzly Ke Stírce, Střelničná, Březiněveská (souhrnně uzel KEST typu Y) byly vynechány pro snazší odlišení koncových úseků vedoucích do oblasti Kobylis od Strossmayerova náměstí, respektive od Palmovky.

Přidělení identů uzlům je zachyceno v třetí tabulce v přílohách. Postup slučování uzlů do superuzlů také na obrázku 4.4 (vynechané uzly šedé). Tento obrázek je vhodný pro sledování možné trasy uvnitř superuzlu. Dopravní technolog, pracující s výsledky ze softwaru, pak rozdělí souběžné linky ve sloučeném úseku a podle přepravní potřeby je přidělí odpovídajícím úsekům v reálné síti. Nedokonalosti sítě jako neúplné křižovatky nejsou v diagramu zachyceny, protože vytvořením superuzlů „zanikly“. To je paradoxně kladný efekt sloučení uzlů a úseků. Není třeba do modelu přidávat zákazová omezení (3.7). A „čtení“ trasy linek ve sloučeném úseku má dopravní technolog usnadněné, protože některé alternativy nemohou nastat. Stávající linkové vedení ve špičce pracovního dne, přepsané pro variantu 4, uvádím pod obrázkem 4.4. Navíc bylo nutné provést tyto změny:

- Z vynechaného mezilehlého obratiště ležícího poblíž jediné koncové smyčky je linka spádově prodloužena do této smyčky. Požadavek na obslužnost „koncového“ úseku tím není zásadně narušen.
- U vynechaného mezilehlého obratiště ležícího poblíž více koncových smyček není zřejmé, do které by měla být linka spádově prodloužena. Proto je fiktivně ukončena v jedné z nich, označené tučně. Požadavek na obslužnost koncového úseků tím uměle naroste, k čemuž musí řešitel přihlédnout.
- Podle sestavy vlaků lze vypočítat počet vozů v úseku v taktovém intervalu (viz dříve, 4 znamená dvouvozovou soupravu na páteřní lince).



Obrázek 4.4 – Varianta 4 – schéma

Linkové vedení ve špičce pracovního dne lze ve variantě 4 přepsat takto:

LINKA	TRASA	SESTAVA	T
1	PETR – SPEJ – STRO – PALM – FLOR – SPOJ	2	
2	PETR – SPEJ – PODB	1	
3	LEVS – KARL – STRO – PALM – LEHO	2	
4	BARR – ANDE – KARL – PRUB – HOST	2	
5	KOBY – STRO – FLOR – SPOJ	1	
6	REPY – ANDE – KARL – PRUB – HOST	1	
7	RADL – ANDE – KARL – PRUB – USTR	2	
8	PODB – SPEJ – STRO – PALM – LEHO	2	
9	REPY – ANDE – KARL – STRO – FLOR – SPOJ	4	
10	REPY – ANDE – KARL – FLOR – PALM – DABL	2	
11	SPOR – KARL – FLOR – PRUB – USTR	2	
12	BARR – ANDE – SPEJ – STRO – PALM – LEHO	2	
14	BARR – ANDE – KARL – STRO – KOBY	2	
15	DIVO – SPEJ – STRO – PALM – LEHO	1	
16	REPY – ANDE – KARL – FLOR – SPOJ	2	
17	LEVS – KARL – SPEJ – STRO – KOBY	4	
18	PETR – SPEJ – KARL – PANK	2	
19	LEHO – PALM – FLOR – PRUB – HOST	2	
20	BARR – ANDE – SPEJ – DIVO	2	
21	LEVS – KARL – PANK	1	
22	BILA – SPEJ – ANDE – KARL – PRUB – HOST	4	
24	DABL – PALM – STRO – KARL – PRUB – HOST	2	
25	BILA – SPEJ – STRO – PALM – DABL	2	
26	DIVO – SPEJ – STRO – FLOR – PRUB – HOST	2	

První optimalizační záměr pro variantu 4 znamenal upravit stávající vedení při zachování stávajícího zatížení úseků, tedy pro 26 linek k dispozici a při platnosti vztahu $PO_{ij} = KA_{ij}$, $\forall (i,j) \in U$. Pokusy o vyřešení však nedopadly dobře. Profesionální programy *LINGO 10.0 Extended*, *CPLEX Interactive Optimizer 12.2* ani *XPRESS-IVE 7.1* po několikahodinovém počítání nenalezly přípustné řešení a přerušily činnost pro nedostatek disponibilní paměti. Zvolená rovnost požadavků a kapacit je navzdory malému rozsahu (viz dále) příliš omezující pro úspěšné rychlé vyřešení. Také Schöbel (2011) píše, že taková podmínka činí úlohu NP-obtížnou. Snadno řešitelná je naopak, pokud kapacitní proměnné v modelu vynecháme. To se potvrdilo i v mých pokusných výpočtech. Ovšem takový model neodpovídá realitě. První optimalizační záměr zůstal nenaplněn.

V dalších pokusech byly vždy formulovány požadavky menší než kapacity. **Druhý optimalizační záměr** vycházející z reálných dat tomu byl nakloněn. I vzhledem k tomu, že na mnoha místech síť převyšuje nabídka vozů přepravní poptávku a že propustnost je částečně flexibilní.

Hodnoty pro kapacity byly stanoveny podle známé propustnosti – viz kapitolu 2.5, tabulku 2.1 a obrázek 2.1. Při sloučení souběžných úseků byly sečteny dílčí hodnoty. Při sloučení navazujících úseků byla vybrána vyšší hodnota, pokud je mezi úseky mezilehlé obratiště (pro výpočet vynechané), respektive nižší hodnota v opačném případě. Navíc lze kapacity lehce překročit, tzn. navýšit o jeden nebo dva vozy.

Hodnoty pro požadavky byly vypočteny následovně. Základem se stal komplexní přepravní průzkum tramvajové sítě, který se uskutečnil 10.–12. května 2011. ROPID získal údaje o počtu osob přepravených v jednotlivých úsecích. Dvě převzatá schémata s výsledky pro ranní a odpolední špičku pracovního dne uvádím v přílohách. Je v nich zvýrazněna poptávka v maximálním profilu za hodinu. Protože hodnoty se v ranní i odpolední špičce nepravidelně rozcházejí, byly před zařazením do modelu transformovány, navíc s ohledem na získání určité rezervy. Kroky transformace a získané hodnoty jsou stručně popsány na další stránce.

- Pro přepočet jsem vybral vždy větší z dvojice hodnot v ranní a odpolední špičce.
- 1 vůz pojme podle standardů obsaditelnosti 70 osob. ROPID se snaží tento počet snížit, aby více odpovídal kvalitnímu cestování (zdroj Regionální plán PID). Proto jsem určil obsaditelnost vozu 53 osob (cca 75 % původní).
- V souladu s jednotkami kapacit jsem poptávku vyjádřil jako počet vozů za špičkový interval 8 minut (tzn. 7,5 intervalů za hodinu). Přepočet tedy spočívá ve vydělení vybrané hodnoty poptávky počtem intervalů za hodinu a obsaditelností vozu. Zjednodušeně: $\text{poptávka} / 400$.
- Protože počet vozů musí být celé číslo, je tento výsledek zaokrouhlen nahoru.
- Úseky z přepravního průzkumu se ale neshodují přesně s těmi, se kterými operuji v této práci. Navíc průzkum byl poznamenán dlouhodobou výlukou v úseku Mánes – Národní divadlo. Očistit navýšené hodnoty na odklonových trasách lze však poměrně snadno. Pro variantu 4 bylo třeba vybrat správné hodnoty, a to hodnoty z úseků mezi superuzly. Při sloučení souběžných úseků byly sečteny dílčí přepočtené požadavky. Při sloučení úseků byl vybrán požadavek koncového úseku, respektive při sloučení navazujících koncových úseků ten vyšší.
- Úseky uvnitř superuzlu nejsou do výpočtu zahrnuty.

Použitá data pro kapacity úseků (vozy za špičkový interval):

SPEJ STRO 27	STRO PALM 16	PALM FLOR 8	KARL STRO 16	ANDE KARL 22	KARL FLOR 16
ANDE SPEJ 11	SPEJ KARL 11	KARL PRUB 16	STRO FLOR 8	FLOR PRUB 8	
PODB SPEJ 8	DIVO SPEJ 8	PETR SPEJ 8	BILA SPEJ 16	REPY ANDE 8	RADL ANDE 8
BARR ANDE 11	LEVS KARL 8	PANK KARL 8	SPOR KARL 8	HOST PRUB 8	USTR PRUB 8
SPOJ FLOR 8	LEHO PALM 16	DABL PALM 8	KOBY STRO 8		

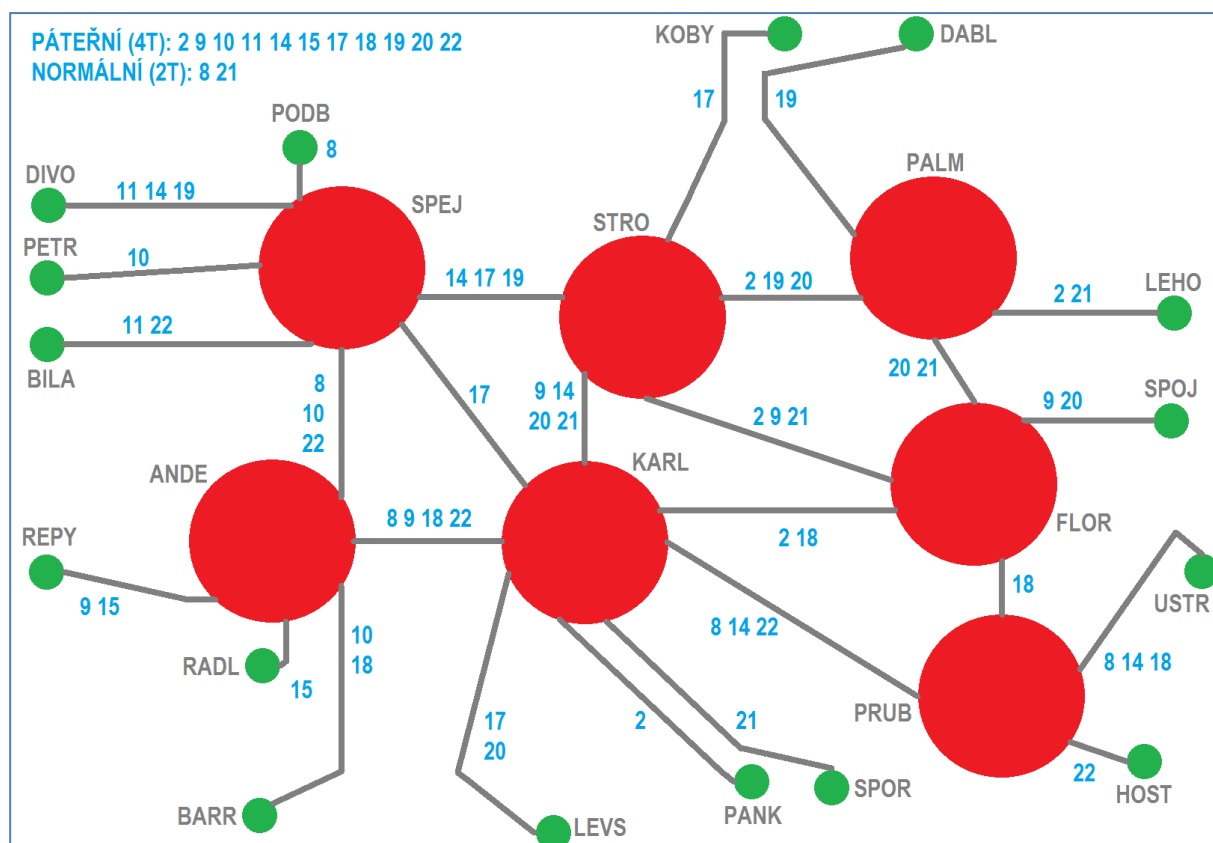
Použitá data pro požadavky úseků (vozy za špičkový interval):

SPEJ STRO 12	STRO PALM 9	PALM FLOR 4	KARL STRO 9	ANDE KARL 13	KARL FLOR 6
ANDE SPEJ 6	SPEJ KARL 4	KARL PRUB 10	STRO FLOR 8	FLOR PRUB 4	
PODB SPEJ 2	DIVO SPEJ 5	PETR SPEJ 4	BILA SPEJ 4	REPY ANDE 8	RADL ANDE 1
BARR ANDE 6	LEVS KARL 5	PANK KARL 2	SPOR KARL 2	HOST PRUB 4	USTR PRUB 3
SPOJ FLOR 5	LEHO PALM 4	DABL PALM 4	KOBY STRO 3		

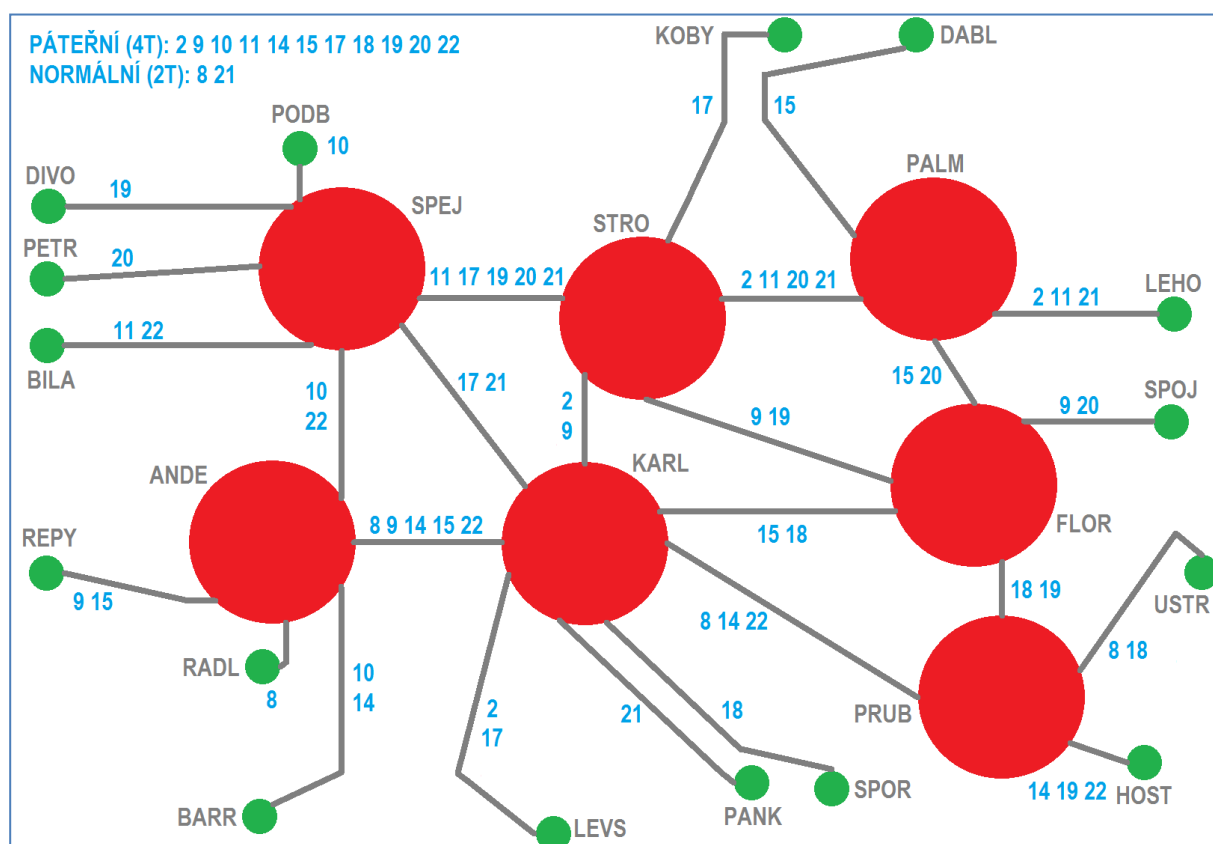
Protože je rozsah varianty 4 relativně malý, počet linek k dispozici L byl ponechán na doporučené nejvyšší úrovni 26. Nyní tedy máme všechny vstupní údaje a můžeme odhadnout navrhnutý model – o rozsahu cca 3 000 celočíselných proměnných, cca 4 000 lineárních omezení, cca 14 000 nenulových koeficientů (srovnej dříve s variantou 3). V programu *LINGO 10.0 Extended* jsem provedl několik odhadů s různými modifikacemi modelu. Horní meze proměnných KS_n a KU_{nij} byly vždy stanoveny na počet vozů páteřní linky v úseku ve špičkovém intervalu, tj. 4. Jinak řečeno, nepočítám s linkami zatíženými více, než jsou současné páteřní.

Při prostém odhadu modelu bylo nalezeno **optimální řešení s 11** obsazenými linkami. To je nejmenší počet linek, které jsou schopny pokrýt síť za uvedených podmínek. Některé trasy jsou ale příliš dlouhé. Zároveň nemusí být splněna všechna chtěná přímá spojení. V dalším kroku byly formou fixních hodnot dotyčných proměnných stanoveny trasy a zatížení tří současných páteřních linek. Hodnota účelové funkce se zvýšila v **optimálním řešení na 12**. V dalším kroku jsem přidal omezení zakazující příliš dlouhé trasy, a to horní mez počtu úseků $KJ_n \leq 5$, $n = 1, 2, \dots, L$. Hodnota účelové funkce se zvýšila v **novém řešení na 13**. Tato tři řešení poskytují solidní základ pro dopravního technologa, jak optimalizaci dovést k dokonalosti. Vzhledem k tomu, že ve skutečnosti je v provozu 24 linek, těmito modely byl potvrzen široký prostor pro jejich redukci až na polovinu. Zápis modelu v rozhraní programu *LINGO* je uveden v přílohách.

Následuje grafické vyobrazení posledního získaného řešení na obrázku 4.5. Jedná se o jedno z mnoha alternativních řešení, protože k získání dalšího stačí, aby si dvě linky vyměnily incidentní koncové úseky. Nejvýrazněji byly požadavky, respektive nenavýšená kapacita překročeny v úsecích KARL–STRO, USTR–PRUB, STRO–FLOR. Navíc získané vedení vůbec nepřipomíná to stávající. Proto jsem vhodnými výměnami úseků mezi linkami manuálně odstranil uvedené nedostatky, jak by to asi v praxi provedl dopravní technolog. Tento heuristický postup bývá jako vhodný k optimalizaci uváděn i v odborné literatuře. Upravené řešení zachycuje obrázek 4.6. Čísla linek jsou ponechána taková, jaká vyšla v optimalizačním programu. Pro odlišení jednotlivých tras na jejich konkrétní podobě ani nezáleží.



Obrázek 4.5 – Varianta 4 – původní řešení



Obrázek 4.6 – Varianta 4 – upravené řešení

Bývá zvykem označit skupinu linek ucelenou číselnou řadou. Možné očíslování a reálné trasy jsou popsány v tabulce 4.1. Nové linky kopírují (částečně nebo úplně) trasy stávajících linek. Takové spojení zároveň může v některých úsecích nahradit další linky, jejichž trasa je jinak odlišná. Jejich čísla jsou uvedena ve druhém sloupci tabulky. Čtenář může trasy navrhnuté a současné srovnat pomocí schématu v přílohách. Alespoň částečně je nahrazena každá linka. Návrh nového linkového vedení není dogmatický. Určitě by se nedal realizovat ze dne na den. Poskytuje však důležitou představu, jakým směrem se při vytváření páteřních linek ubírat. Přestože je pražská tramvajová síť koncipovaná odlišně oproti brněnské, model prokázal, že podobnou redukci jako v Brně (z 22 linek na 13) lze uskutečnit i v Praze (z 24 linek na 14). Také vhodnost sestav vlaků by bylo nutné podrobně probrat s odborníky a dotčenými městskými částmi. V úvahu připadá například možnost zavedení nového intervalu 6 minut pro dvouvozové soupravy (sestava 3T). Zkreslení reálné sítě ve variantě 4 vyvolalo další problém. Na využívaný úsek Mánes – Myslíkova (v superuzlu Karlovo náměstí) nezbyla po rozebrání superuzlu žádná linka. Náprava spočívá v přidání doplňkové linky s kratší trasou nebo rozsahem provozu – linka 14. Stejně lze postupovat při potřebě lokálního posílení provozu. Potvrzuje se, že optimální řešení z optimalizačního programu je před implementací třeba upravit a nelze jej brát dogmaticky.

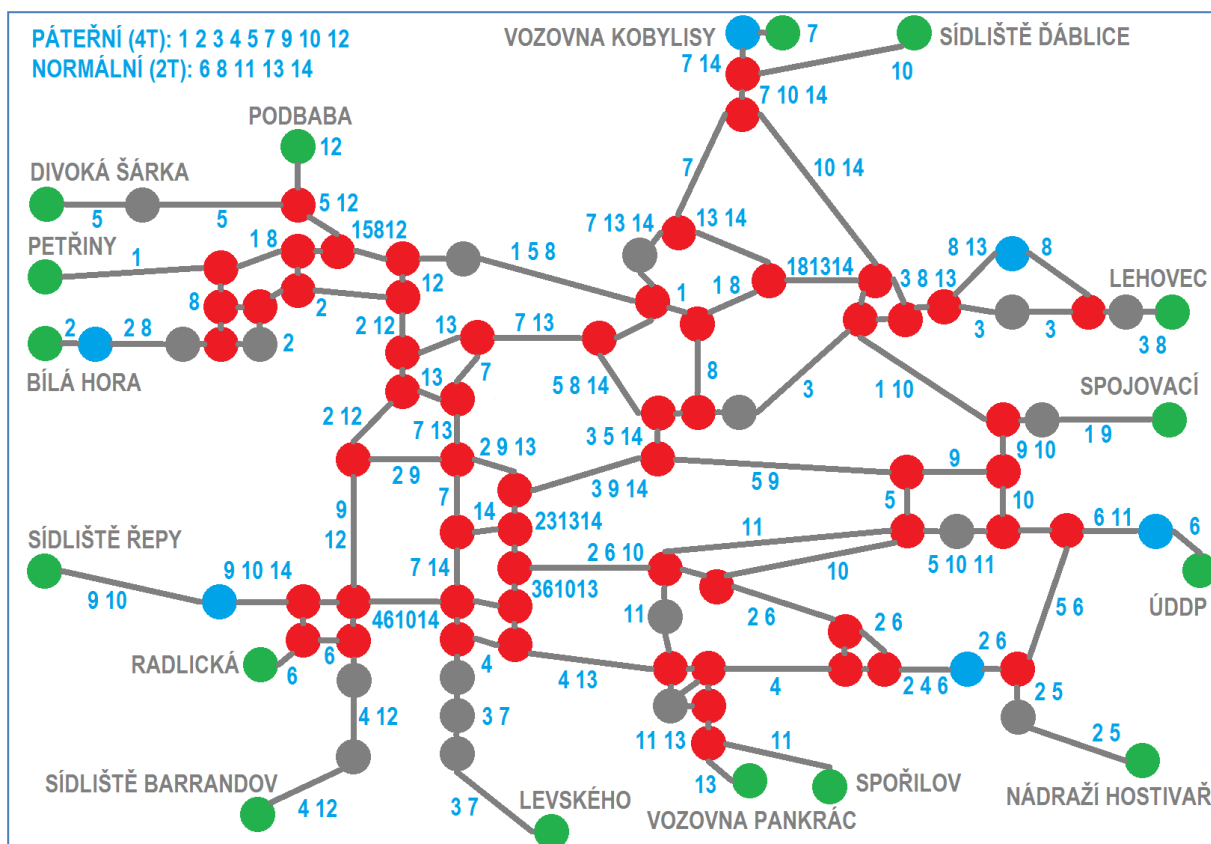
Podotýkám, že uvedený návrh nového linkového vedení řeší rámcově provoz v ranní a odpolední špičce pracovního dne. Jeho podoba v ostatních obdobích zůstává předmětem otevřené diskuze, protože se nabízí více možností. Zpravidla se základní trasy linek nemění. Pouze se mění provozní parametry – časový rozsah provozu, sestava vlaků, délka intervalů, vložené spoje, pásmový provoz nebo kompletní odřeknutí dané linky. Možností je opravdu celá řada. Zahrnutí všech aspektů do modelu není jednoznačné a už tak komplikovaná kvantifikace a odhad modelu by pro jednotlivce zřejmě znamenaly velmi složité výpočty. Jako nejlepší možnost řešení se jeví týmová expertní analýza. Nutností jsou výkonný optimalizační program a opakované konzultace podoby modelu a dat. Nejlépe vše pod jednou střechou. Na závěr této části diplomové práce předkládám návrh nového linkového vedení v detailnějším zobrazení v kompletní síti (obrázek 4.7).

číslo navrhnuté linky		skutečná trasa				číslo v řešení	
		sestava v úsecích nahrazuje stávající linky				sestava v řešení	
1	Petřiny – Hradčanská – Strossmayerovo náměstí – Vltavská – Palmovka – Ohrada – Spojovací (4T) 1+18 1+25 1+16					20 (4T)	
2	Bílá Hora – Vypich – Malostranská – Újezd – Národní třída – Karlovo náměstí – Náměstí Míru – Kubánské náměstí – Radošovická – Nádraží Hostivař (4T) 22					22 (4T)	
3	Levského – Nádraží Braník – Výtoň* – Karlovo náměstí – Masarykovo nádraží – Křižíkova – Palmovka – Nádraží Libeň – Starý Hloubětín – Lehovec (4T) 3+21 3+24 8+24 3+8					2 (4T)	
4	Sídlíště Barrandov – Smíchovské nádraží – Anděl – Výtoň – Otakarova – Kubánské náměstí (4T) 4+14 7+24					24 (4T)	
5	Divoká Šárka – Hradčanská – Strossmayerovo náměstí – Náměstí Republiky – Hlavní nádraží – Flora – Strašnická – Radošovická – Nádraží Hostivař (4T) 20+26 15+26 5+26 19+26					19 (4T)	
6	Radlická – Anděl – Karlovo náměstí – Náměstí Míru – Kubánské náměstí – Strašnická – Černokostelecká – ÚDDP (2T) 7 4+6 7					8 (2T)	
7	Levského – Nádraží Braník – Výtoň – Jiráskovo náměstí – Staroměstská – Strossmayerovo náměstí – Nádraží Holešovice – Kobylisy – Vozovna Kobylisy (4T) 17 14+25					17 (4T)	
8	Vypich – Hradčanská – Strossmayerovo náměstí – Náměstí Republiky – Vltavská – Palmovka – Nádraží Vysočany – Starý Hloubětín – Lehovec (2T) 25 8 3 19					11 (4T)	
9	Sídlíště Řepy – Kotlářka – Anděl – Újezd – Národní třída – Hlavní nádraží – Ohrada – Spojovací (4T) 9					9 (4T)	
10	Sídlíště Řepy – Kotlářka – Anděl – Karlovo náměstí – Náměstí Míru – Flora – Palmovka – Kobylisy – Sídlíště Ďáblice (4T) 10+16 10+24 10+17					15 (4T)	
11	Spořilov – Náměstí Bří Synků – Muzeum – Flora – Černokostelecká (2T) 11					18 (4T)	
12	Sídlíště Barrandov – Smíchovské nádraží – Anděl – Újezd – Malostranská – Hradčanská – Podbaba (4T) 12+20 2+8					10 (4T)	
13	Vozovna Pankrác – Náměstí Bří Synků – Karlovo náměstí – Národní třída – Staroměstská – Malostranská –Strossmayerovo náměstí – Nádraží Holešovice – Palmovka – Nádraží Vysočany (2T) 18 12+15					21 (2T)	
14	Kotlářka – Anděl – Jiráskovo náměstí – Náměstí Republiky – Strossmayerovo náměstí – Nádraží Holešovice – Palmovka – Kobylisy (2T) 6 14 12+15 25					X	

* Pro odlehčení křižovatky Palackého náměstí může být vedena přes Albertov.

Vybrané spoje příslušných linek mohou být zkráceny o koncový úsek a ukončeny v zastávkách: Palmovka, Vypich, Radošovická, Nádraží Braník, Starý Hloubětín, Smíchovské nádraží, Kobylisy, Kotlářka. Respektive při souběhu linek může být na jedné z nich stanoven pásmový provoz.

Tabulka 4.1 – Návrh nového linkového vedení (špička pracovního dne)



Obrázek 4.7 – Návrh nového linkového vedení (špička pracovního dne)

Zobrazeny jsou všechny křižovatky a koncové smyčky. Z mezilehlých obratišť pouze ta využitá (ostatní šedě). Trasy linek v celé délce, tedy bez možného pásmového provozu. Ze srovnání se současným stavem vyplývá, že v polovině úseků jede stejný počet vozů jako nyní. V 86 % úseků jede stejný s odchylkou jednoho vozu. Kromě pěti úseků jede v celé síti stejný počet vozů jako nyní s odchylkou dvou vozů. Pět problematických míst se nachází u Palackého náměstí a Výtoně a také kolem Olšanských hřbitovů. Zde je třeba podrobnější analýzy, zda navržené trasování lze uskutečnit.

5 ZÁVĚR

Bylo potvrzeno, že matematické modelování lze uplatnit i v oblasti navrhování linek městské hromadné dopravy. Navrhnutý model splnil očekávání. Přesně vystihuje trasy více linek najednou a kontroluje splnění přepravních požadavků při dodržení možných kapacit, zejména propustnosti. Přestože vychází z jedné konkrétní tramvajové sítě, má obecný charakter. Záleží na uživateli, jak jej vhodně doplní. Přidáním jednoduchých omezujících podmínek lze získat přesnější řešení podle specifik dopravní sítě, na kterou je uplatňován. Nemusí se jednat pouze o tramvajovou síť. Lze jej aplikovat i na ostatní druhy dopravy a zřejmě i na více druhů dopravy najednou. Základem úspěšné optimalizace je použití správných vstupních dat a správné vyhodnocení nalezených řešení. Praktická implementace vyžaduje odborné znalosti nejen operačního výzkumu, dopravní teorie, ekonomiky provozu, logistiky, ale i municipalitního plánování. Proto nelze získaný návrh nového linkového vedení automaticky uplatnit. Může však posloužit jako vhodná pomůcka nebo ukázat správný směr.

Za částečný neúspěch lze ovšem považovat skutečnost, že optimální řešení bylo možné získat pouze pro nejmenší zkoumanou variantu. Zůstává otevřený prostor pro další výzkum, jakými vhodnými postupy model nebo výpočetní programy upravit tak, abychom mohli získat podobně kvalitní řešení i pro mnohem rozsáhlejší síť. A především abychom byli schopni s modelem experimentovat, tj. provádět více odhadů se změněnými parametry v relativně krátkém čase. Nevýhodou malé varianty je také nutnost upravit nalezené řešení heuristicky, čehož se ve velké variantě můžeme lépe vyvarovat. Přesto za velký přínos této diplomové práce lze považovat jednak získaný výsledek – možnost snížení počtu denních tramvajových linek v Praze z 24 na 14. A také potvrzení smysluplnosti operačního výzkumu v oblasti městské hromadné dopravy a dopravního plánování obecně. To může být inspirací pro podobné odborné práce – nebo dokonce pro ucelený výzkum této problematiky, která si to jistě zaslouží.

6 POUŽITÁ LITERATURA

BULÍČEK, Josef, MOJŽÍŠ, Vlastislav. Návrh linek IDS s podporou makroskopických dopravních modelů [online]. *Doprava*. 2010, roč. 52, č. 4, s. 3-5 [cit. 06.04.2012]. ISSN 0012-5520. Dostupné z: <http://www.revuedoprava.cz/doprava-4-2010/>

BLATOŇ, Martin. Komparace vybraných metod zabývajících se návrhem sítě linek MHD. *Perner's Contacts* [online]. 2009, roč. 4, č. 3, s. 6-14 [cit. 14.03.2012]. ISSN 1801-674X. Dostupné z: http://pernerscontacts.upce.cz/15_2009/Blaton.pdf

BLATOŇ, Martin, TEICHMANN, Dušan. Vybrané metody návrhu sítě linek MHD používané v zahraničí. *Perner's Contacts* [online]. 2010, roč. 5, č. 1, s. 7-14 [cit. 14.03.2012]. ISSN 1801-674X. Dostupné z: http://pernerscontacts.upce.cz/17_2010/Blaton.pdf

BRANICKÁ, Mária, STACHO, Milan. Model MHD a optimalizácia času premiestnenia cestujúceho. *Doprava a spoje* [online]. 2007, roč. 3, č. 1, s. 1-11 [cit. 06.04.2012]. ISSN 1336-7676. Dostupné z: <http://fpedas.uniza.sk/dopravaaspoje/rok.php?rok=2007&c=1>

ČEJKA, Jiří. *Návrh systému veřejné linkové dopravy* [online]. Pardubice, 2008. Disertační práce. Univerzita Pardubice, Dopravní fakulta Jana Pernera. Vedoucí práce Pavel Šaradín [cit. 14.03.2012]. Dostupné z: <http://hdl.handle.net/10195/35298>

DOPRAVNÍ PODNIK HLAVNÍHO MĚSTA PRAHY. *Výroční zpráva 2010* [online]. Praha, duben 2011. [cit. 16.10.2011]. Dostupné z: <http://www.dpp.cz/vyrocní-zpravy/>

Linka č. 2. In: *DP-Kontakt* [online]. 2000, roč. 5, č. 7, s. 3 [cit. 04.04.2012]. ISSN 1212-6349. Dostupné z: <http://www.dpp.cz/dp-kontakt/>

Annual Report 2008. In: *IFORS NEWS* [online]. June 2009, roč. 3, č. 2, s. 2 [cit. 02.04.2012]. Dostupné z: <http://ifors.org/web/newsletter/>

FÁBRY, Jan. *Dynamické okružní rozvozní úlohy*. Doktorská disertační práce. Praha : KEKO VŠE, 2006. 160 s.

FIALA, Petr. *Řízení projektů*. 2. přeprac. vyd. Praha : Oeconomica, 2008. 186 s. ISBN 978-80-245-1413-0.

FOJTÍK, Pavel a kol. *Fakta & legendy o pražské městské hromadné dopravě*. 1. vyd. Praha: Dopravní podnik hlavního města Prahy, 2010. 409 s. ISBN 978-80-254-8017-5.

JABLONSKÝ, Josef. *Programy pro matematické modelování*. 1. vyd. Praha : Oeconomica, 2007. 260 s. ISBN 978-80-245-1178-8.

JELÍNEK, Tomáš, PELIKÁN, Jan, FÁBRY, Jan. Rozšířená úloha čínského listonoše. Praha 02.12.2009 – 04.12.2009. In: *Mezinárodní vědecký seminář – Nové trendy v ekonometrii a operačním výzkumu* [CD-ROM]. Praha : Oeconomica, 2009, s. 1–6. ISBN 978-80-245-1605-9.

KUBÁT, Bohumil, PEJŠA, Jiří, JACURA, Martin, TREŠL, Ondřej. *Městská a příměstská kolejová doprava*. Vyd. 1. Praha: Wolters Kluwer Česká republika, 2010. 347 s. ISBN 978-80-7357-539-7.

PASTOR, Otto, TUZAR, Antonín. *Teorie dopravních systémů*. Vyd. 1. Praha: ASPI, 2007. 307 s. ISBN 978-80-7357-285-3.

PELIKÁN, Jan. *Diskrétní modely v operačním výzkumu*. 1. vyd. Praha : PROFESSIONAL PUBLISHING, 2001. 164 s. ISBN 80-86419-17-7.

PRAŽSKÉ TRAMVAJE. *Tramvajové tratě a související zařízení* [online]. Poslední aktualizace 03.02.2012 [cit. 06.02.2012]. Dostupné z: <http://www.prazsketramvaje.cz/view.php?cislocclanku=2006041499>

ROPID. *Regionální plán Pražské integrované dopravy na rok 2012* [online]. 2012. [cit. 08.02.2012]. Dostupné z: http://www.ropid.cz/o-systemu/dopravni-plan-pid_s177x1353.html

ROPID. *Výroční zpráva ROPID 2010* [online]. Květen 2011. [cit. 16.10.2011]. Dostupné z: http://www.ropid.cz/o-systemu/vyrocni-zpravy-ropid_s177x1204.html

ROPID, MACKŮ, Pavel. *Seznam linek PID (trvalý stav)* [online]. Červenec 2011. [cit. 11.01.2012]. Dostupné z: http://www.ropid.cz/informacni-materialy/vseobecne-informacni-materialy_s208x947.html

SCHÖBEL, Anita. Line planning in public transportation: models and methods. *OR Spectrum* [online]. May 2011. DOI 10.1007/s00291-011-0251-6 Dostupné prostřednictvím SpringerLink z: <http://www.springerlink.com/content/3v41181130t76165/>

ZELENÝ, Lubomír. *Osobní přeprava*. 1. vyd. Praha : ASPI Publishing, 2007. 352 s. ISBN 978-80-7357-266-2.

SEZNAM PŘÍLOH

- 1 Uzly variant 1–2
- 2 Uzly varianty 3
- 3 Uzly varianty 4
- 4 Model varianty 3 zapsaný v programu *LINGO*
Program *LINGO* je produktem firmy *LINDO Systems Inc.* (www.lindo.com).
- 5 Model varianty 4 zapsaný v programu *LINGO*
Program *LINGO* je produktem firmy *LINDO Systems Inc.* (www.lindo.com).
- 6 Schéma kolejové sítě tramvají v Praze k 1. 9. 2011
Vzniklo úpravou obrázku: TRAMVAJAK. *Schéma kolejové sítě, stav k 1. 7. 2004* [online]. 2004 [cit. 16.10.2011]. Dostupné z:
http://tramvajak.wz.cz/s-schemata_soubory/schema%20kolejove%20site.gif
- 7 TRAM 2011 Ranní špička
Zdroj: ROPID – výsledky přepravního průzkumu z 10.–12. května 2011.
- 8 TRAM 2011 Odpolední špička
Zdroj: ROPID – výsledky přepravního průzkumu z 10.–12. května 2011.
- 9 Linky tramvají. Dlouhodobý stav ke dni 15. 10. 2011.
Zdroj: ROPID, MACKŮ, Pavel. *Linky tramvají*. [online].
15. 10. 2011. [cit. 16.10.2011]. Dostupné z:
http://www.ropid.cz/mapy/tramvaje__s190x362.html

Uzly varianty 1 (kompletní síť) a 2 (bez občasných)

uzel		
typ	název	poznámka
Z	Podbaba	
Z	Divoká Šárka	
Y	Červený Vrch	občasný
Z	Petřiny	
X	Octárna	občasný
X	Brusnice	
X	Sirotčinec	
X	Prašný most	
X	Vítězné náměstí	
Z	Bílá Hora	
Y	Vypich	
Y	Královka	občasný
X	Malovanka	občasný
Y	Dlabačov	občasný
X	Hládkov (dolní)	občasný
X	Hládkov (horní)	občasný
X	Hradčanská	
Y	Špejchar	
X	Strossmayerovo náměstí	
X	Vltavská	
Y	Výstaviště	
X	Elektrárna Holešovice	
X	Dělnická	
X	Letenský tunel	
X	Čechův most	
X	Chotkovy sady	
X	Klárov (horní)	
X	Klárov (dolní)	
X	Újezd	
X	Anděl	
X	Mrázovka	občasný
X	Ženské domovy	občasný
X	Na Knížecí	
Y	Kotlářka	
Z	Sídlíště Řepy	
Z	Radlická	
Y	Smíchovské nádraží	
Y	Hlubočepy	občasný
Z	Sídlíště Barrandov	
Z	Levského	
Y	Nádraží Braník	
Y	Dvorce	občasný
Y	Podolská vodárna	občasný
X	Albertov	
X	Výtoň	
X	Palackého náměstí	
X	Mánes	
X	Národní divadlo	
X	Staroměstská	
X	Lazarská	

uzel		
typ	název	poznámka
X	Myslíkova	
X	Karlovo náměstí	
X	Moráň	
Y	Florenc (smyčka)	občasný
X	Těšnov	
X	Havlíčkova	
X	Senovážné náměstí	
X	Tylovo náměstí	
Y	Zvonařka	občasný
X	Otakarova	
X	Zámecká	občasný
Y	Náměstí Bratří Synků (smyčka)	občasný
X	Náměstí Bratří Synků	občasný
X	Vladimírova	
Z	Vozovna Pankrác	
Z	Spořilov	
X	Blanická	
X	Čechovo náměstí	
X	Minská	
X	Koh-i-noor	
Y	Kubánské náměstí	
X	Průběžná	
Y	Radošovická	
Z	Nádraží Hostivař	
Z	Ústřední dílny DP	
Y	Černokostelecká	
X	Vinice	
X	Želivského	
Y	Olšanské hřbitovy (smyčka)	
X	Flora	
X	Olšanské náměstí	
X	Nákladové nádraží Žižkov	
X	Ohrada	
Y	Vápenka	občasný
Z	Spojovací	
X	Palmovka (dolní)	
X	Palmovka (horní)	
X	U Balabenky	
X	Balabenska	
Y	Vysočanská	
Y	Harfa	občasný
X	Starý Hloubětín	
Y	Starý Hloubětín (smyčka)	
Z	Lehovec	
X	Ke Stírce	
X	Střelničná	
Y	Březiněveská	
Z	Vozovna Kobylisy	
Z	Sídlíště Ďáblice	

Uzly varianty 3 (vybrané uzly)

<i>původní uzel</i>		<i>vybraný uzel</i>		
<i>typ</i>	<i>název</i>	<i>typ</i>	<i>název</i>	<i>ident</i>
Z	Podbaba	Z	Podbaba	PODB
Z	Divoká Šárka	Z	Divoká Šárka	DIVO
Y	Červený Vrch			
Z	Petřiny	Z	Petřiny	PETR
X	Octárna	X	Prašný most	PRAS
X	Brusnice			
X	Siroťčinec			
X	Prašný most			
X	Vítězné náměstí			
Z	Bílá Hora	Z	Bílá Hora	BILA
Y	Vypich	Y	Vypich	VYPI
Y	Královka			
X	Malovanka			
Y	Dlabačov			
X	Hládkov (dolní)			
X	Hládkov (horní)			
X	Hradčanská	Y	Špejchar	SPEJ
Y	Špejchar			
X	Strossmayerovo náměstí	X	Strossmayerovo náměstí	STRO
X	Vltavská			
Y	Výstaviště	Y	Výstaviště	VYST
X	Elektrárna Holešovice			
X	Dělnická	X	Dělnická	DELN
X	Letenský tunel	X	Letenský tunel	LETE
X	Čechův most			
X	Chotkovy sady	X	Klárov	KLAR
X	Klárov (horní)			
X	Klárov (dolní)			
X	Újezd	X	Újezd	UJEZ
X	Anděl	X	Anděl	ANDE
X	Mrázovka			
X	Ženské domovy			
X	Na Knížecí			
Y	Kotlářka	Y	Kotlářka	KOTL
Z	Sídliště Řepy	Z	Sídliště Řepy	REPY
Z	Radlická	Z	Radlická	RADL
Y	Smíchovské nádraží	Y	Smíchovské nádraží	SMIC
Y	Hlubočepy			
Z	Sídliště Barrandov	Z	Sídliště Barrandov	BARR
Z	Levského	Z	Levského	LEVS
Y	Nádraží Braník	Y	Nádraží Braník	BRAN
Y	Dvorce			
Y	Podolská vodárna			
X	Výtoň	X	Palackého náměstí	PALA
X	Palackého náměstí			
X	Mánes	X	Mánes	MANE
X	Národní divadlo	X	Národní divadlo	NARO
X	Staroměstská			

pokračuje

pokračování

X Lazarská	X Karlovo náměstí	KARL
X Myslíkova		
X Karlovo náměstí		
X Moráň		
Y Florenc (smyčka)	X Těšnov	TESN
X Těšnov		
X Havlíčkova		
X Senovážné náměstí	X Senovážné náměstí	SENO
X Tylovo náměstí	X Tylovo náměstí	TYLO
Y Zvonařka		
X Albertov	Y Otakarova	OTAK
X Otakarova		
X Zámecká		
Y Náměstí Bratří Synků (smyčka)		
X Náměstí Bratří Synků		
X Vladimírova		
Z Vozovna Pankrác	Z Vozovna Pankrác	PANK
Z Spořilov	Z Spořilov	SPOR
X Blanická	X Blanická	BLAN
X Čechovo náměstí	Y Koh-i-noor	KOHI
X Minská		
X Koh-i-noor (možnost ukončení objezdem)		
Y Kubánské náměstí	Y Kubánské náměstí	KUBA
X Průběžná	Y Průběžná	PRUB
Y Radošovická		
Z Nádraží Hostivař	Z Nádraží Hostivař	HOST
Z Ústřední dílny DP	Z Ústřední dílny DP	USTR
Y Černokostelecká	Y Vinice	VINI
X Vinice		
X Želivského	X Želivského	ZELI
Y Olšanské hřbitovy (smyčka)	Y Flora	FLOR
X Flora		
X Olšanské náměstí	X Olšanské náměstí	OLSA
X Nákladové nádraží Žižkov	Y Ohrada	OHRA
X Ohrada		
Y Vápenka		
Z Spojovací	Z Spojovací	SPOJ
X Palmovka (dolní)	Y Palmovka	PALM
X Palmovka (horní)		
X U Balabenky		
X Balabenka (možnost ukončení objezdem)		
Y Vysočanská	Y Vysočanská	VYSO
Y Harfa	Y Starý Hloubětín	HLOU
X Starý Hloubětín		
Y Starý Hloubětín (smyčka)		
Z Lehovec	Z Lehovec	LEHO
X Ke Stírce	Y Ke Stírce	KEST
X Střelničná		
Y Březiněveská		
Z Vozovna Kobylisy	Z Vozovna Kobylisy	KOBY
Z Sídliště Ďáblice	Z Sídliště Ďáblice	DABL

Uzly varianty 4 (superuzly)

<i>původní uzel</i>		<i>superuzel</i>		
<i>typ</i>	<i>název</i>	<i>typ</i>	<i>název</i>	<i>ident</i>
Z	Podbaba	Z	Podbaba	PODB
Z	Divoká Šárka	Z	Divoká Šárka	DIVO
Y	Červený Vrch			
Z	Petřiny	Z	Petřiny	PETR
Z	Bílá Hora	Z	Bílá Hora	BILA
Y	Vypich			
Y	Královka			
Y	Dlabačov			
Z	Sídliště Řepy	Z	Sídliště Řepy	REPY
Y	Kotlářka			
Z	Radlická	Z	Radlická	RADL
Z	Sídliště Barrandov	Z	Sídliště Barrandov	BARR
Y	Hlubočepy			
Y	Smíchovské nádraží			
Z	Levského	Z	Levského	LEVS
Y	Nádraží Braník			
Y	Dvorce			
Y	Podolská vodárna			
Z	Vozovna Pankrác	Z	Vozovna Pankrác	PANK
Z	Spořilov	Z	Spořilov	SPOR
Z	Nádraží Hostivař	Z	Nádraží Hostivař	HOST
Y	Radošovická			
Z	Ústřední dílny DP	Z	Ústřední dílny DP	USTR
Y	Černokostelecká			
Z	Spojovací	Z	Spojovací	SPOJ
Y	Vápenka			
Z	Lehovec	Z	Lehovec	LEHO
Y	Starý Hloubětín (smyčka)			
Y	Harfa			
Y	Vysočanská			
Z	Sídliště Ďáblice	Z	Sídliště Ďáblice	DABL
Z	Vozovna Kobylisy	Z	Vozovna Kobylisy	KOBY
X	Malovanka	X	Špejchar	SPEJ
X	Hládkov (dolní)			
X	Hládkov (horní)			
X	Octárna			
X	Brusnice			
X	Sirotčinec			
X	Prašný most			
X	Vítězné náměstí			
X	Hradčanská			
X	Chotkovy sady			
X	Klárov (horní)			
X	Klárov (dolní)			
X	Čechův most			
X	Staroměstská			

pokračuje

pokračování

X Strossmayerovo náměstí X Elektrárna Holešovice X Dělnická X Vltavská X Letenský tunel X Těšnov X Havlíčkova X Senovážné náměstí	X Strossmayerovo náměstí STRO
X Újezd X Anděl X Mrázovka X Ženské domovy X Na Knížecí	X Anděl ANDE
X Národní divadlo X Mánes X Lazarská X Myslíkova X Karlovo náměstí X Moráň X Palackého náměstí X Výtoň X Albertov X Vladimírova X Náměstí Bratří Synků X Zámecká X Otakarova X Tylovo náměstí X Blanická	X Karlovo náměstí KARL
X Ohrada X Nákladové nádraží Žižkov X Olšanské náměstí X Flora X Želivského	X Flora FLOR
X Čechovo náměstí X Minská X Koh-i-noor X Průběžná X Vinice	X Průběžná PRUB
X Palmovka (dolní) X Palmovka (horní) X U Balabenky X Balabenka X Starý Hloubětín	X Palmovka PALM
X Ke Stírce X Střelničná	vynechané křižovatky
Y Špejchar Y Náměstí Bratří Synků (smyčka) Y Zvonářka Y Kubánské náměstí Y Olšanské hřbitovy (smyčka) Y Florenc (smyčka) Y Výstaviště Y Březiněveská	vynechaná mezilehlá obratiště

MODEL:

SETS:

```

UZEL/ PRAS STRO DELN LETE KLAR UJEZ ANDE PALA MANE NARO KARL TYLO BLAN
ZELI OLSA SENO TESN VYPI SPEJ VYST KOTL SMIC BRAN OTAK KOHI KUBA PRUB
VINI FLOR OHRA PALM VYSO HLOU KEST PODB DIVO PETR BILA REPY RADL BARR
LEVS PANK SPOR HOST USTR SPOJ LEHO KOBY DABL VYPI SPEJ VYST KOTL SMIC
BRAN OTAK KOHI KUBA PRUB VINI FLOR OHRA PALM VYSO HLOU KEST/;

```

USEK(UZEL,UZEL)/

```

PODB PRAS, DIVO PRAS, PETR PRAS, BILA VYPI, VYPI PRAS, PRAS SPEJ, PRAS KLAR,
SPEJ KLAR, SPEJ STRO, STRO VYST, VYST KEST, VYST DELN, DELN PALM, DELN STRO,
STRO TESN, STRO LETE, LETE TESN, LETE NARO, KLAR LETE, KLAR NARO, KLAR UJEZ,
UJEZ NARO, UJEZ ANDE, ANDE PALA, ANDE KOTL, KOTL REPY, ANDE RADL, ANDE SMIC,
SMIC BARR, LEVS BRAN, PALA BRAN, PALA OTAK, PALA KARL, PALA MANE, MANE NARO,
MANE KARL, KARL NARO, KARL SENO, KARL OTAK, KARL TYLO, TYLO FLOR, TYLO BLAN,
TYLO OTAK, OTAK PANK, OTAK SPOR, OTAK KOHI, BLAN KOHI, KOHI KUBA, KUBA PRUB,
PRUB HOST, PRUB VINI, VINI USTR, VINI ZELI, FLOR ZELI, BLAN FLOR, FLOR OLSA,
SENO OLSA, SENO TESN, OLSA OHRA, ZELI OHRA, OHRA SPOJ, OHRA PALM, TESN PALM,
PALM VYSO, PALM HLOU, VYSO HLOU, HLOU LEHO, PALM KEST, KEST KOBY, KEST DABL,
VYPI VYPI, SPEJ SPEJ, VYST VYST, KOTL KOTL, SMIC SMIC, BRAN BRAN, OTAK OTAK,
KOHI KOHI, KUBA KUBA, PRUB PRUB, VINI VINI, FLOR FLOR, OHRA OHRA, PALM PALM,
VYSO VYSO, HLOU HLOU, KEST KEST/:PO;

```

SMER(UZEL,UZEL)/

```

PODB PRAS, DIVO PRAS, PETR PRAS, BILA VYPI, VYPI PRAS, PRAS SPEJ, PRAS KLAR,
SPEJ KLAR, SPEJ STRO, STRO VYST, VYST KEST, VYST DELN, DELN PALM, DELN STRO,
STRO TESN, STRO LETE, LETE TESN, LETE NARO, KLAR LETE, KLAR NARO, KLAR UJEZ,
UJEZ NARO, UJEZ ANDE, ANDE PALA, ANDE KOTL, KOTL REPY, ANDE RADL, ANDE SMIC,
SMIC BARR, LEVS BRAN, PALA BRAN, PALA OTAK, PALA KARL, PALA MANE, MANE NARO,
MANE KARL, KARL NARO, KARL SENO, KARL OTAK, KARL TYLO, TYLO FLOR, TYLO BLAN,
TYLO OTAK, OTAK PANK, OTAK SPOR, OTAK KOHI, BLAN KOHI, KOHI KUBA, KUBA PRUB,
PRUB HOST, PRUB VINI, VINI USTR, VINI ZELI, FLOR ZELI, BLAN FLOR, FLOR OLSA,
SENO OLSA, SENO TESN, OLSA OHRA, ZELI OHRA, OHRA SPOJ, OHRA PALM, TESN PALM,
PALM VYSO, PALM HLOU, VYSO HLOU, HLOU LEHO, PALM KEST, KEST KOBY, KEST DABL,
VYPI VYPI, SPEJ SPEJ, VYST VYST, KOTL KOTL, SMIC SMIC, BRAN BRAN, OTAK OTAK,
KOHI KOHI, KUBA KUBA, PRUB PRUB, VINI VINI, FLOR FLOR, OHRA OHRA, PALM PALM,
VYSO VYSO, HLOU HLOU, KEST KEST, PRAS PODB, PRAS DIVO, PRAS PETR, VYPI BILA,
PRAS VYPI, SPEJ PRAS, KLAR PRAS, KLAR SPEJ, STRO SPEJ, VYST STRO, KEST VYST,
DELN VYST, PALM DELN, STRO DELN, TESN STRO, LETE STRO, TESN LETE, NARO LETE,
LETE KLAR, NARO KLAR, UJEZ KLAR, NARO UJEZ, ANDE UJEZ, PALA ANDE, KOTL ANDE,
REPY KOTL, RADL ANDE, SMIC ANDE, BARR SMIC, BRAN LEVS, BRAN PALA, OTAK PALA,
KARL PALA, MANE PALA, NARO MANE, KARL MANE, NARO KARL, SENO KARL, OTAK KARL,
TYLO KARL, FLOR TYLO, BLAN TYLO, OTAK TYLO, PANK OTAK, SPOR OTAK, KOHI OTAK,
KOHI BLAN, KUBA KOHI, PRUB KUBA, HOST PRUB, VINI PRUB, USTR VINI, ZELI VINI,
ZELI FLOR, FLOR BLAN, OLSA FLOR, OLSA SENO, TESN SENO, OHRA OLSA, OHRA ZELI,
SPOJ OHRA, PALM OHRA, PALM TESN, VYSO PALM, HLOU PALM, HLOU VYSO, LEHO HLOU,
KEST PALM, KOBY KEST, DABL KEST, VYPI VYPI, SPEJ SPEJ, VYST VYST, KOTL KOTL,
SMIC SMIC, BRAN BRAN, OTAK OTAK, KOHI KOHI, KUBA KUBA, PRUB PRUB, VINI VINI,
FLOR FLOR, OHRA OHRA, PALM PALM, VYSO VYSO, HLOU HLOU, KEST KEST/;

```

LINKA/1..26/:JS,KJ,KS;

TRASA(LINKA,USEK):JU,KU;

PORADI(LINKA,SMER):PU;

PRUJEZD(LINKA,UZEL)|&2#LE#34:JX;

ENDSETS

```

DATA: MM=100; NN=1111; PO=2 4 4 4 10 4 4 6 6 4 2 6 4 2 10 6 2 2 2 8 8 8 6 8 6 0 6 6
4 4 0 6 4 2 2 10 10 4 8 0 8 0 2 0 2 4 6 4 6 2 0 2 4 4 0 6 8 6 6 8 4 4 0 4 0 2 4 2 4 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0; ENDDATA

```

MIN=@SUM(LINKA(N):JS(N));

@FOR(PRUJEZD(N,X):2*JX(N,X)=@SUM(TRASA(N,I,J)|I#EQ#X#OR#J#EQ#X:JU(N,I,J));

@FOR(LINKA(N):@SUM(TRASA(N,I,J)|I#GE#35#OR#J#GE#35:JU(N,I,J))=2*JS(N));

@FOR(PRUJEZD(N,I):@SUM(PORADI(N,I,J):PU(N,I,J))-@SUM(PORADI(N,K,I):PU(N,K,I))=JX(N,I));

@FOR(TRASA(N,I,J):PU(N,I,J)<MM*JU(N,I,J));

@FOR(TRASA(N,I,J):PU(N,J,I)<MM*JU(N,I,J));

@FOR(USEK(I,J):@SUM(TRASA(N,I,J):KU(N,I,J))<2*PO(I,J));

@FOR(USEK(I,J):@SUM(TRASA(N,I,J):KU(N,I,J))>PO(I,J));

@FOR(TRASA(N,I,J):MM*JU(N,I,J)>KU(N,I,J));

@FOR(LINKA(N):KJ(N)=@SUM(TRASA(N,I,J):JU(N,I,J));

@FOR(LINKA(N):MM*JS(N)>KJ(N));

@FOR(TRASA(N,I,J):(KS(N)-KU(N,I,J))/NN)<((1-JU(N,I,J))/MM));

@FOR(TRASA(N,I,J):KS(N)>KU(N,I,J));

@FOR(LINKA(N):KS(N)<4);

@FOR(LINKA:@BIN(JS)); @FOR(TRASA:@BIN(JU)); @FOR(PRUJEZD:@BIN(JX));

@FOR(LINKA:@GIN(KJ)); @FOR(LINKA:@BND(0,KJ,87));

@FOR(LINKA:@GIN(KS)); @FOR(LINKA:@BND(0,KS,4));

@FOR(TRASA:@GIN(KU)); @FOR(TRASA:@BND(0,KU,4));

@FOR(PORADI:@GIN(PU)); @FOR(PORADI:@BND(0,PU,87));

END

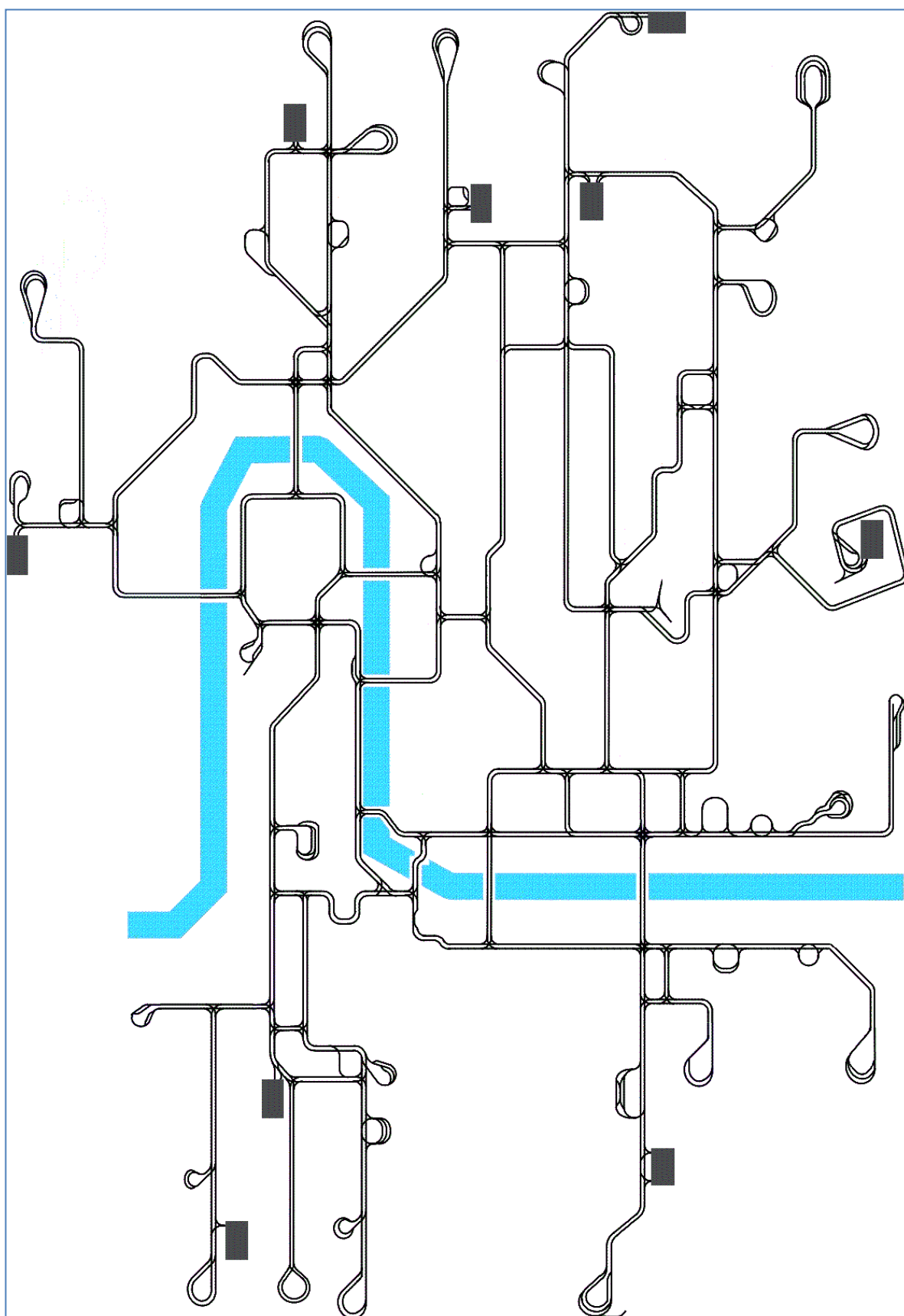
```

MODEL:
SETS:
UZEL/SPEJ STRO ANDE KARL FLOR PRUB PALM PODB DIVO PETR BILA REPY RADL BARR LEVS
    PANK SPOR HOST USTR SPOJ LEHO DABL KOBY/;
USEK(UZEL,UZEL)
    /SPEJ STRO, STRO PALM, PALM FLOR, KARL STRO, ANDE KARL, KARL FLOR, ANDE SPEJ,
    SPEJ KARL, KARL PRUB, STRO FLOR, FLOR PRUB, PODB SPEJ, DIVO SPEJ, PETR SPEJ,
    BILA SPEJ, REPY ANDE, RADL ANDE, BARR ANDE, LEVS KARL, PANK KARL, SPOR KARL,
    HOST PRUB, USTR PRUB, SPOJ FLOR, LEHO PALM, DABL PALM, KOBY STRO/:KA,PO;
SMER(UZEL,UZEL)
    /SPEJ STRO, STRO PALM, PALM FLOR, KARL STRO, ANDE KARL, KARL FLOR, ANDE SPEJ,
    SPEJ KARL, KARL PRUB, STRO FLOR, FLOR PRUB, PODB SPEJ, DIVO SPEJ, PETR SPEJ,
    BILA SPEJ, REPY ANDE, RADL ANDE, BARR ANDE, LEVS KARL, PANK KARL, SPOR KARL,
    HOST PRUB, USTR PRUB, SPOJ FLOR, LEHO PALM, DABL PALM, KOBY STRO, STRO SPEJ,
    PALM STRO, FLOR PALM, STRO KARL, KARL ANDE, FLOR KARL, SPEJ ANDE, KARL SPEJ,
    PRUB KARL, FLOR STRO, PRUB FLOR, SPEJ PODB, SPEJ DIVO, SPEJ PETR, SPEJ BILA,
    ANDE REPY, ANDE RADL, ANDE BARR, KARL LEVS, KARL PANK, KARL SPOR, PRUB HOST,
    PRUB USTR, FLOR SPOJ, PALM LEHO, PALM DABL, STRO KOBY/;
LINKA/1..26/:JS,KJ,KS;
TRASA(LINKA,USEK):JU,KU;
PORADI(LINKA,SMER):PU;
PRUJEZD(LINKA,UZEL)|&2#LE#7:JX;
ENDSETS

DATA: MM=30; NN=900;
KA= 27 16 8 16 22 16 11 11 16 8 8 8 8 16 8 8 11 8 8 8 8 8 8 16 8 8;
PO= 12 9 4 9 13 6 6 4 10 8 4 2 5 4 4 8 1 6 5 2 2 4 3 5 4 4 3; ENDDATA

MIN=@SUM(LINKA(N):JS(N));
@FOR(PRUJEZD(N,X):@SUM(TRASA(N,I,J)|I#EQ#X#OR#J#EQ#X:JU(N,I,J))=2*JX(N,X));
@FOR(LINKA(N):@SUM(TRASA(N,I,J)|I#GE#8#OR#J#GE#8:JU(N,I,J))=2*JS(N));
@FOR(PRUJEZD(N,I):@SUM(PORADI(N,I,J):PU(N,I,J))-@SUM(PORADI(N,K,I):PU(N,K,I))=JX(N,I));
@FOR(TRASA(N,I,J):PU(N,I,J)<MM*JU(N,I,J));
@FOR(TRASA(N,I,J):PU(N,J,I)<MM*JU(N,I,J));
@SUM(LINKA(N):JU(N,11,1))>2;
@SUM(LINKA(N):JU(N,21,7))>2;
JS(13)=0; JS(23)=0;
KS(9)=4; KS(17)=4; KS(22)=4;
JU(9,12,3)=1; JU(9,3,4)=1; JU(9,4,2)=1; JU(9,2,5)=1; JU(9,20,5)=1;
JU(17,15,4)=1; JU(17,1,4)=1; JU(17,1,2)=1; JU(17,23,2)=1;
JU(22,11,1)=1; JU(22,3,1)=1; JU(22,3,4)=1; JU(22,4,6)=1; JU(22,18,6)=1;
@FOR(LINKA(N):KJ(N)<5);
@FOR(USEK(I,J):@SUM(TRASA(N,I,J):KU(N,I,J))<KA(I,J)+2);
@FOR(USEK(I,J):@SUM(TRASA(N,I,J):KU(N,I,J))>PO(I,J));
@FOR(TRASA(N,I,J):MM*JU(N,I,J)>KU(N,I,J));
@FOR(LINKA(N):KJ(N)=@SUM(TRASA(N,I,J):JU(N,I,J)));
@FOR(LINKA(N):MM*JS(N)>KJ(N));
@FOR(TRASA(N,I,J):((KS(N)-KU(N,I,J))/NN)<((1-JU(N,I,J))/MM));
@FOR(TRASA(N,I,J):KS(N)>KU(N,I,J));
@FOR(LINKA(N):KS(N)<4);
@FOR(LINKA:@BIN(JS));
@FOR(TRASA:@BIN(JU));
@FOR(PRUJEZD:@BIN(JX));
@FOR(LINKA:@GIN(KJ)); @FOR(LINKA:@BND(0,KJ,27));
@FOR(LINKA:@GIN(KS)); @FOR(LINKA:@BND(0,KS,4));
@FOR(TRASA:@GIN(KU)); @FOR(TRASA:@BND(0,KU,4));
@FOR(PORADI:@GIN(PU)); @FOR(PORADI:@BND(0,PU,27));
END

```

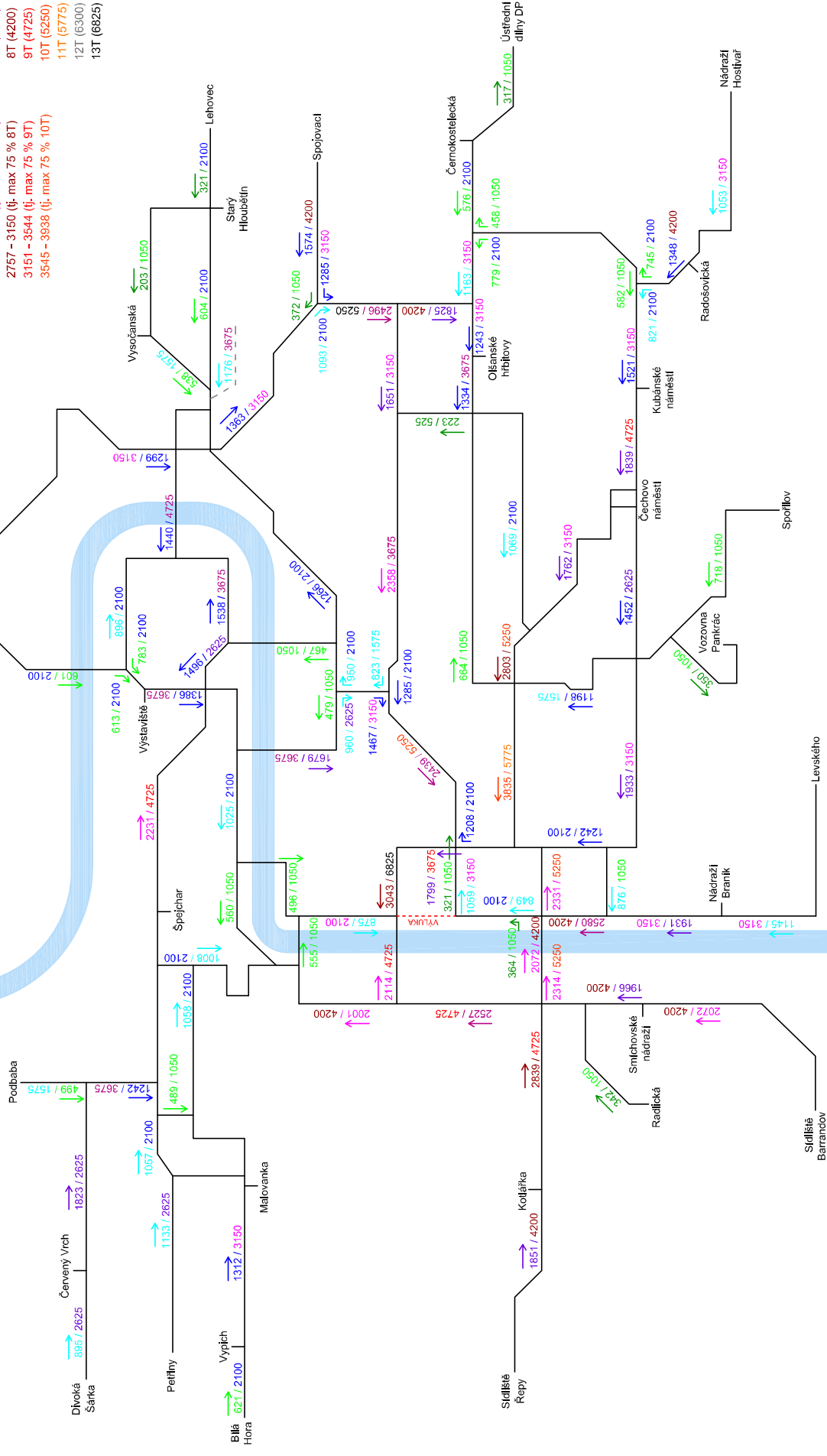


TRAM 2011

Ranní špička (6:00 - 9:30)

1312 / 3150

poplávka v maximálním profilu / nabídka (70 osob / vůz)

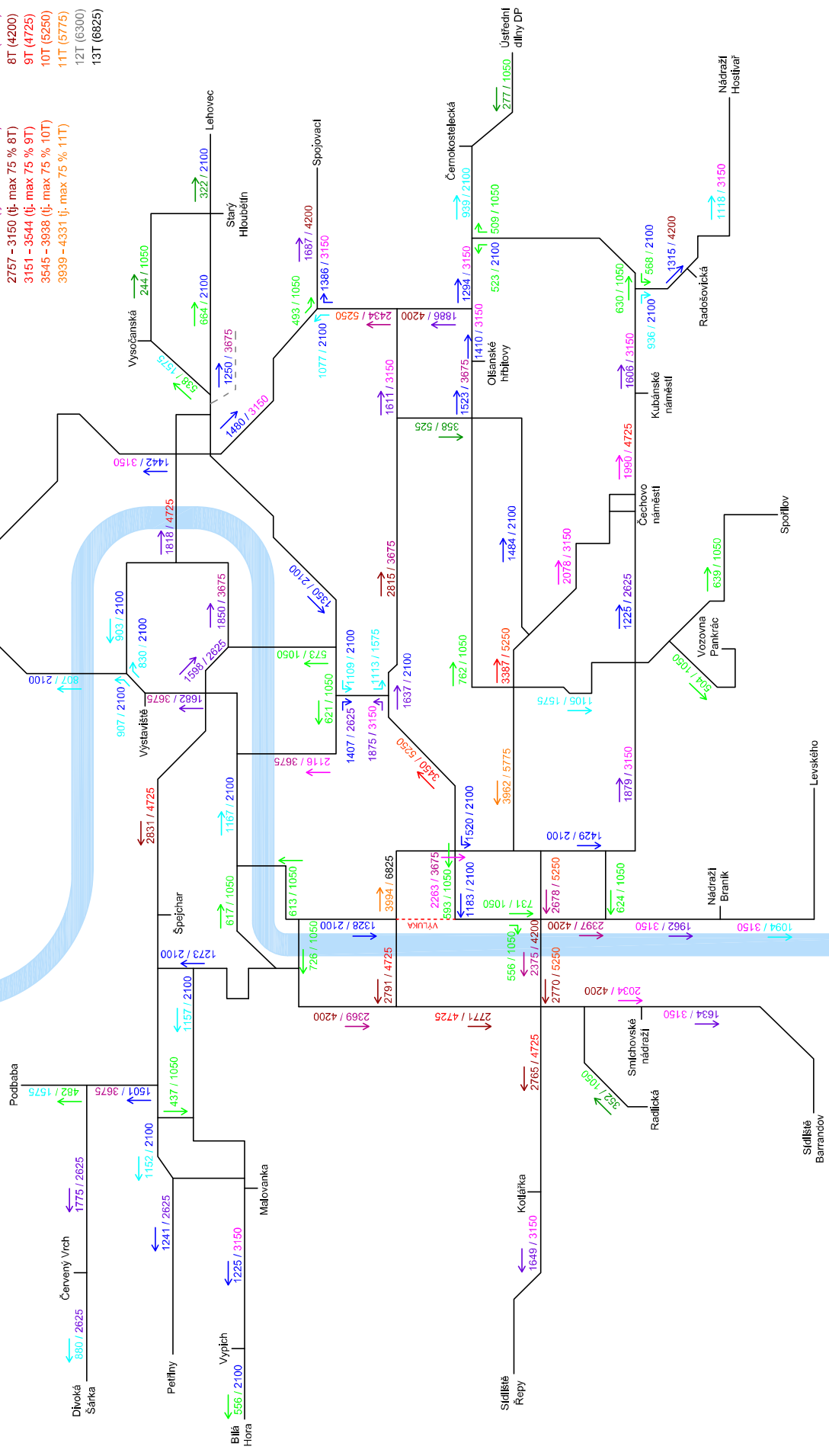


TRAM 2011

Odpolední špička (13:30 - 19:00)

1312 / 2625

poplávka v maximálním profilu / nabídka (70 osob / víz)





PRAŽSKÁ
INTEGROVANÁ
DOPRAVA

Linky	Orientační intervaly tlamaj (rozsah provozu 5:24 h)									
	Pracovní den		Sobota		Neděle a svátek					
	7-9	9-14	14-18	20-24	7-12	12-20	20-24	7-12	12-20	20-24
1	9, 17, 22	4	5	4	10	7, 5	7, 5	10	10	7, 5
2	7, 11	8	10	8	10	7, 5	7, 5	10	10	7, 5
3	1, 3, 5, 8, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 19, 20, 24, 25, 26	8	10	8	20	15	15	20	20	15
4	21	8	8	8	15	15	15	20	20	15
5	4, 6	8	8	8	15	15	15	20	20	15
6	36	8	8	8	15	15	15	20	20	15
7	4	8	8	8	15	15	15	20	20	15
8	4	8	8	8	15	15	15	20	20	15
9	4	8	8	8	15	15	15	20	20	15
10	4	8	8	8	15	15	15	20	20	15
11	4	8	8	8	15	15	15	20	20	15
12	4	8	8	8	15	15	15	20	20	15
13	4	8	8	8	15	15	15	20	20	15
14	4	8	8	8	15	15	15	20	20	15
15	4	8	8	8	15	15	15	20	20	15
16	4	8	8	8	15	15	15	20	20	15
17	4	8	8	8	15	15	15	20	20	15
18	4	8	8	8	15	15	15	20	20	15
19	4	8	8	8	15	15	15	20	20	15
20	4	8	8	8	15	15	15	20	20	15
21	4	8	8	8	15	15	15	20	20	15
22	4	8	8	8	15	15	15	20	20	15
23	4	8	8	8	15	15	15	20	20	15
24	4	8	8	8	15	15	15	20	20	15
25	4	8	8	8	15	15	15	20	20	15

1. v úseku Sídliště Červený Vrch – Sídliště Červený Vrch, provoz jen v pracovní dny ráno
2. v úseku Sídliště Červený Vrch – Sídliště Červený Vrch, provoz jen v pracovní dny ráno
3. v úseku Sídliště Červený Vrch – Sídliště Červený Vrch, provoz jen v pracovní dny ráno
4. v úseku Sídliště Červený Vrch – Sídliště Červený Vrch, provoz jen v pracovní dny ráno
5. v úseku Sídliště Červený Vrch – Sídliště Červený Vrch, provoz jen v pracovní dny ráno
6. v úseku Sídliště Červený Vrch – Sídliště Červený Vrch, provoz jen v pracovní dny ráno
7. v úseku Sídliště Červený Vrch – Sídliště Červený Vrch, provoz jen v pracovní dny ráno
8. v úseku Sídliště Červený Vrch – Sídliště Červený Vrch, provoz jen v pracovní dny ráno
9. v úseku Sídliště Červený Vrch – Sídliště Červený Vrch, provoz jen v pracovní dny ráno
10. v úseku Sídliště Červený Vrch – Sídliště Červený Vrch, provoz jen v pracovní dny ráno
11. v úseku Sídliště Červený Vrch – Sídliště Červený Vrch, provoz jen v pracovní dny ráno
12. v úseku Sídliště Červený Vrch – Sídliště Červený Vrch, provoz jen v pracovní dny ráno
13. v úseku Sídliště Červený Vrch – Sídliště Červený Vrch, provoz jen v pracovní dny ráno
14. v úseku Sídliště Červený Vrch – Sídliště Červený Vrch, provoz jen v pracovní dny ráno
15. v úseku Sídliště Červený Vrch – Sídliště Červený Vrch, provoz jen v pracovní dny ráno
16. v úseku Sídliště Červený Vrch – Sídliště Červený Vrch, provoz jen v pracovní dny ráno
17. v úseku Sídliště Červený Vrch – Sídliště Červený Vrch, provoz jen v pracovní dny ráno
18. v úseku Sídliště Červený Vrch – Sídliště Červený Vrch, provoz jen v pracovní dny ráno
19. v úseku Sídliště Červený Vrch – Sídliště Červený Vrch, provoz jen v pracovní dny ráno
20. v úseku Sídliště Červený Vrch – Sídliště Červený Vrch, provoz jen v pracovní dny ráno
21. v úseku Sídliště Červený Vrch – Sídliště Červený Vrch, provoz jen v pracovní dny ráno
22. v úseku Sídliště Červený Vrch – Sídliště Červený Vrch, provoz jen v pracovní dny ráno
23. v úseku Sídliště Červený Vrch – Sídliště Červený Vrch, provoz jen v pracovní dny ráno
24. v úseku Sídliště Červený Vrch – Sídliště Červený Vrch, provoz jen v pracovní dny ráno
25. v úseku Sídliště Červený Vrch – Sídliště Červený Vrch, provoz jen v pracovní dny ráno

Vysvětlivky:

- stanoje metra
- jednosměrná zastávka tramvaje
- občanská zastávka využívající jen při výlukách
- úsek bez pravidelného provozu
- páteří linky
- ukončení vybrané spoje
- průběh autobusové linky na letišti
- dopravní infocentrum

Linky tramvají

Dlouhodobý stav ke dni 15. 10. 2011

Regionální organizátor
Pražské integrované dopravy

Grafické zpracování: Ing. Pavel Macků