

# ZMENA PRODUKTIVITY VO VIACROČNÝCH OBDOBIACH: HICKSOV-MOORSTEENOV INDEX, JEHO DEKOMPOZÍCIA A BANKOVÁ APLIKÁCIA

---

Martin Boďa\*

---

## Abstract

### Productivity Change in Multi-year Periods: the Hicks-Moorsteen Index, Its Decomposition and Bank Application

Index number theory interprets the task of measuring productivity change as examining changes between two one-year periods (or other partial time instances). Nonetheless, in practice there arises a need to assess how productivity fared between two periods consisting of several years (or several partial time instances) and what drove its change. The paper focuses on such situations and has two interlinked goals. On the one hand, the paper formulates a methodology for measuring productivity change based on the Hicks-Moorsteen index and on the decomposition into basic determinants after Diewert and Fox. On the other hand, it demonstrates its usability in investigations of trends in productivity of the Slovak banking sector in the area of financial intermediation between the period 2005–2008 and the period 2009–2016. The results point to an improvement in financial intermediation productivity for most banks and an sector-wide upward shift in the production possibility frontier.

**Keywords:** productivity change, Hicks-Moorsteen productivity index, Fox-Diewert decomposition, multi-year periods, financial intermediation, Slovak banks

**JEL Classification:** D24, G21, O47

## Úvod

Produktivita je často používanou a sledovanou ekonomickou kategóriou vyjadrujúcou schopnosť dosahovať výstupy pri zapojení alebo pri spotrebe určitej úrovne vstupov. Kým v prípade simplistickej situácie, kedy sa dosahuje jeden výstup za použitia iba jedného vstupu, sa produktivita charakterizuje pomerom výstupu a vstupu, v prípade realistickej situácie viacerých vstupov a viacerých výstupov sa objavujú problémy, ako správne zobrazit' všetky vstupy a všetky výstupy uspokojivým spôsobom do vzájomného pomeru nazývaného celková produktivita faktorov (TFP, total factor productivity). Pri prístupe založenom na TFP vyvstáva tzv. agregáčny problém a je nutné stanovit' spôsob transformácie vstupov do jediného agregovaného vstupu a rovnako výstupov do jediného agregovaného výstupu. Do určitej miery sa zdá byť paradoxné, že v dôsledku existencie agregáčného problému je metodologicky náročné objektívne sledovať a merať produktivitu v prípade viacerých vstupov a výstupov, ale je jednoduchšie sledovať zmeny

---

\* **Martin Boďa** (martin.boda@umb.sk), Univerzita Mateja Bela v Banskej Bystrici, Ekonomická fakulta.

produktivity a merať dynamiku jej vývoja. Úloha merania vývoja produktivity v čase si vyžaduje voľbu nielen vhodnej indexnej charakteristiky, ale jej realizácia je do určitej miery v súčasnosti limitovaná tým, že indexná teória interpretuje meranie zmien produktivity výlučne ako porovnávanie dvoch jednoročných období. Indexná teória neposkytuje žiadny metodologický návod, ako postupovať pri porovnávaní viacročných období. Tieto dve skutočnosti motivujú metodologickú stránku článku, ktorá je následne uplatnená a ilustrovaná empiricky pri skúmaní zmien produktivity slovenských komerčných bánk vo finančnej intermediácii medzi dvoma viacročnými úsekmi.

Samotným cieľom článku je (1.) formulovať metodiku použitia Hicksovho-Moorsteenovho indexu pre meranie vývoja produktivity a jeho dekompozície na základné determinanty v situáciách, keď sa porovnávajú dve viacročné obdobia (alebo obdobia pozostávajúce z viacerých čiastkových jednotkových hodnotiacich úsekov), (2.) a demonštrovať jej použitie pri skúmaní zmien produktivity v slovenskom bankovom sektore za obdobie rokov 2005–2008 (obdobie I) a rokov 2009–2016 (obdobie II). Kým obdobie I zahŕňa obdobie od vstupu Slovenska do Európskej únie až vstupu do eurozóny, počas ktorého slovenské banky (pre)nastavovali svoje podnikateľské modely, obdobie II reprezentuje obdobie završeného integračného úsilia a zintenzívnenej bankovej konkurencie. Pri hodnotení vývoja produktivity medzi obdobím I a II sa uplatňuje makroekonomický pohľad na činnosť slovenských komerčných bánk, ktoré sú následne interpretované ako agenti finančnej intermediácie. Empirická demonštrácia potom vlastne odpovedá na otázku, či sa finančná intermediácia po slovenskom vstupe do eurozóny zlepšila (alebo zhoršila) v zmysle dosahovanej produktivity a čo bolo hybnou silou tohto vývoja. Článok rozširuje úvahy prezentované v predošlej práci Bođu a Zimkovej (2017) opierajúce sa o Malmquistov index a prispôbuje dekompozičnú procedúru určenú pre Hicksov-Moorsteenov index navrhnutú Diewertom a Foxom (2017).

Orientácia článku na Hicksov-Moorsteenov index súvisí s tým, že hoci bolo na sledovanie dynamiky vývoja TFP navrhnutých viacero indexov, v teórii a praxi rezonuje najmä Malmquistov index zavedený Cavesom *et al.* (1982). Hoci tento index produktivity vyhovuje základnej zostave axiomatických požiadaviek indexnej teórie, v priebehu času sa ukázalo, že nie je multipikatívne úplný v zmysle normatívnych požiadaviek formulovaných O'Donnellom (2012). Naproti „pravému“ Malmquistovskému indexu ďalší index malmquistovského typu, Hicksov-Moorsteenov index etablovaný Bjurekom (1996) túto vlastnosť spĺňa. Článok sa venuje práve Hicksovmu-Moorsteenovmu indexu ako indexu malmquistovského typu, ktorý spĺňa tradičné nároky na rozumné vlastnosti indexného čísla, a uvažuje jeho dekompozíciu na tri základné determinanty vývoja: technologický vývoj, zmena technickej efektívnosti a zmenu prevádzkových podmienok v oblasti škálovateľnosti produkcie.

Obvykle sa vývoj produktivity sleduje pre dve po sebe idúce ročné obdobia a index potom meria, ako sa zmenila produktivita počas uplynulého roka. Samozrejme, existujú situácie, keď sa analýza realizuje pre iné ako ročné obdobia alebo obdobia, ktoré na seba nepretržite nenadväzujú. V praxi sa tiež vyskytujú situácie, keď je potrebné hodnotiť zmeny produktivity medzi dvoma niekoľkoročnými obdobiami, resp. medzi dvoma

disjunktnými potenciálne rôzne dlhými obdobiami, pozostávajúcimi z niekoľkých rokov. Príkladom môže byť komparácia ekonomického účinkovania dvoch vládnych kabinetov či funkčných období rôznych politických reprezentácií alebo hodnotenie účinkov implementovaných štrukturálnych reforiem, kde sa porovnáva stav za viaceré roky pred reformou so stavom za viaceré roky po reforme. Indexná teória potreby takejto (pomerne bežnej) analýzy prehliada.

Meranie vývoja produktivity komerčných bánk na báze Malmquistovho indexu je vo svetovej literatúre udomácnené, hoci pre slovenské prostredie boli publikované iba tri relevantné štúdie pochádzajúce od Drába a Kočišovej (2017), Kočišovej (2013) a Bod'ua a Zimkovej (2017). Podobné analýzy pre české prostredie vypracovala Řepková (2012) a v širšom prostredí krajín V4 Hančlová a Staníčková (2012), ako aj Palečková (2017). Malmquistov index našiel v domácom prostredí uplatnenie aj pri skúmaní iných výskumných úloh, napr. Raguseo a Kuvíková (2010) sa zameriavali na vývoj v neziskovom sektore a Kostlivý *et al.* (2017) skúmali vývoj v produktivite fariem. Do tohto prostredia smeroval aj záujem Baležentisa (2015), ktorý ale aplikoval Färeho-Primontov index produktivity. Ukazuje sa, že domácej literatúre Hicksov-Moorsteenov index a jeho využiteľnosť pri sledovaní vývoja produktivity zostávajú neznáme.

Zostávajúci text pozostáva zo štyroch ďalších kapitol. Zatiaľ čo nasledujúca kapitola stanovuje v komparácii s Malmquistovým indexom rámcové podmienky použitia Hicksovho-Moorsteenovho indexu a predostiera jeho dekompozíciu, ďalšia kapitola dáva návod na rozšírenie tejto metodiky na použitie v situácii viacročných období. Predposledná kapitola je aplikačná, opisuje metodické voľby a produkčný model prijatý pre slovenské komerčné banky v rokoch 2005–2016 a následne prezentuje výsledky aj s komentárom. Záverečná kapitola pokračuje diskusiou a uzatvára.

## 1. Metodologické východiská: Hicksov-Moorsteenov index a jeho dekompozícia

Predpokladá sa, že produkčná technológia transformuje  $m$  vstupov na  $k$  žiaducich výstupov. Všetky produkčné aktivity  $[\mathbf{x}, \mathbf{y}]$  sú reprezentované nezápornými číslami, takže pre typické vektory vstupov a výstupov platí  $\mathbf{x} \in \mathfrak{R}_+^m$  a  $\mathbf{y} \in \mathfrak{R}_+^k$ . Produkčná technológia v ľubovoľnom časovom okamihu  $\tau$  je reprezentovaná množinou všetkých technicky realizovateľných produkčných aktivít  $T_\tau = \{[\mathbf{x}, \mathbf{y}] \in \mathfrak{R}_+^m \times \mathfrak{R}_+^k : \mathbf{x} \text{ môže vyprodukovať } \mathbf{y} \text{ v čase } \tau.\}$  Časový index  $\tau$  je nezanedbateľný, pretože zdôrazňuje, že vlastnosti produkčnej technológie sú závislé na čase. V priebehu času sa mení zloženie tejto množiny, ale množina zostáva zväzovaná štandardnými technickými predpokladmi základných produkčných situácií, ktoré uvádzajú napr. Debreu (1959, s. 39–42) a McFadden (1978, s. 7). Hranica  $T_\tau$ , definovaná v Debreuovom-Farrellovom duchu pomocou maximálnych dosiahnuteľných kontrakcií vstupov a maximálne dosiahnuteľných radiálnych expanzií výstupov z existujúcich produkčných aktivít vzťahom  $F(T_\tau) = \{[\mathbf{x}, \mathbf{y}] \in T_\tau : [\lambda \mathbf{x}, \mathbf{y}] \notin T_\tau \text{ alebo } [\mathbf{x}, \lambda \mathbf{y}] \notin T_\tau \text{ pre } \lambda \in [\mathbf{x}, \mathbf{y}]\}$ , vymedzuje slabo technicky efektívne produkčné aktivity.

Ukázalo sa, že meranie produktivity možno založiť v situácii (nielen) viacerých vstupov a viacerých výstupov na meraní vzdialenosti príslušnej aktivity od hranice produkčných možností  $F(T_\tau)$ . Táto myšlienka sa plne využíva pri konštrukcii indexov malmquistovského typu, ktorých základným definičným elementom sú farellovské orientované miery technickej efektívnosti. Vstupne a výstupne orientované farellovské miery technickej efektívnosti pre produkčnú aktivitu vzhľadom na produkčnú technológiu v čase  $\tau$  sú definované postupne výrazmi  $\delta_\tau^l(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \inf\{\theta > 0 : [\theta\mathbf{x}, \mathbf{y}] \in T_\tau\}$  a  $\delta_\tau^o(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sup\{\eta > 0 : [\mathbf{x}, \eta\mathbf{y}] \in T_\tau\}$ . Zjavne  $\delta_\tau^l(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in (0, 1]$  a  $\delta_\tau^o(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in [1, \infty)$  pre hocijaké  $[\mathbf{x}, \mathbf{y}] \in T_\tau$ . Toto ale nemusí platiť, kedykoľvek je uvažovaná produkčná aktivita  $[\mathbf{x}, \mathbf{y}]$  z inej referenčnej produkčnej technológie a  $[\mathbf{x}, \mathbf{y}] \notin T_\tau$ . I tak sa tieto miery definujú a aj sa využívajú pri malmquistovskej analýze. Samozrejme, použitie  $\delta_\tau^l$  a  $\delta_\tau^o$  predpokladá, že sa uplatňuje Debreuovo-Farellovo poňatie slabej technickej efektívnosti a pripúšťajú sa iba radiálne súbežné kontrakcie vstupov a súbežné radiálne kontrakcie výstupov nutné na dosiahnutie technickej efektívnosti, pričom tieto sú stelesnené v hodnotách  $\delta_\tau^l$  a  $\delta_\tau^o$ . Je možné nahradiť farellovské miery technickej efektívnosti nejakými informačne totožnými hodnotami mier silnej technickej efektívnosti a presadiť Paretov-Koopmansov prístup napríklad použitím niektoej z mier technickej efektívnosti zavedených Färem a Lovellom (1978), Pastorom *et al.* (1999) alebo Portelou a Thanassoulisom (2005).

Štandardná úloha merania produktivity sa vzťahuje na dva rovnocenné, ale rôzne referenčné obdobia  $s$  a  $t$ . Predpokladá sa tu, že  $s$  je bázické a  $t$  bežné obdobie (tzn.  $s < t$ ). Počas úseku od  $s$  po  $t$  sa mení produkčná technológia z  $T_s$  a  $T_t$  a tiež nastáva aj zmena v hodnotách produkčnej aktivity z  $[\mathbf{x}_s, \mathbf{y}_s]$  na  $[\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t]$ . V rámci malmquistovskej analýzy sa diferencujú vstupne a výstupne orientované indexy produktivity / fyzického objemu (odvođené buď od vstupne, alebo výstupne orientovaných mier technickej efektívnosti) a zmena produktivity / fyzického objemu sa buď vzťahuje k bázickému obdobiu (a definujú sa indexy Laspeyresovho typu), alebo k bežnému obdobiu (a zavádzajú sa indexy Paascheho typu).

Vstupne orientované Malmquistove indexy produktivity Laspeyresovho a Paascheho typu sú definované vzťahmi

$$M_s^l = \frac{\delta_s^l(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t)}{\delta_s^l(\mathbf{x}_s, \mathbf{y}_s)}, \quad M_t^l = \frac{\delta_t^l(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t)}{\delta_t^l(\mathbf{x}_s, \mathbf{y}_s)}, \quad (1)$$

zatiaľ čo výstupne orientované Malmquistove indexy produktivity Laspeyresovho a Paascheho typu sa riadia definičnými vzťahmi

$$M_s^o = \frac{\delta_s^o(\mathbf{x}_s, \mathbf{y}_s)}{\delta_s^o(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t)}, \quad M_t^o = \frac{\delta_t^o(\mathbf{x}_s, \mathbf{y}_s)}{\delta_t^o(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t)}. \quad (2)$$

Pri definícii indexov sa zohľadňuje, že rast produktivity vzhľadom na bázickú technológiu  $T_s$  znamená priblíženie sa hranici produkčných možností  $T_s$ . Potom musí byť  $\delta_s^l(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t) > \delta_s^l(\mathbf{x}_s, \mathbf{y}_s)$  aj  $\delta_s^o(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t) < \delta_s^o(\mathbf{x}_s, \mathbf{y}_s)$ . Analogické nerovnosti sa objavujú i vzhľadom na bežnú technológiu  $T_t$ . Samotné hodnotenie zmien produktivity si vyžaduje subjektívnu voľbu referenčnej technológie, a teda špecifikovať, či sa použije index

Laspeyresovho alebo Paascheho typu. V slede všeobecnejších úvah Caves *et al.* (1982, s. 1394 a nasl.) navrhli geometricky spriemerovať Malmquistove indexy Laspeyresovho a Paascheho typu tej istej orientácie, a teda konštruovať Malmquistov index ako index Fisherovho ideálneho tvaru. Takto sa získavajú pre vstupnú a výstupnú orientáciu Malmquistove indexy

$$MI^I = \sqrt{MI_s^I \cdot MI_t^I} = \sqrt{\frac{\delta_s^I(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t)}{\delta_s^I(\mathbf{x}_s, \mathbf{y}_s)} \cdot \frac{\delta_t^I(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t)}{\delta_t^I(\mathbf{x}_s, \mathbf{y}_s)}}, \quad (3)$$

$$MI^O = \sqrt{MI_s^O \cdot MI_t^O} = \sqrt{\frac{\delta_s^O(\mathbf{x}_s, \mathbf{y}_s)}{\delta_s^O(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t)} \cdot \frac{\delta_t^O(\mathbf{x}_s, \mathbf{y}_s)}{\delta_t^O(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t)}}.$$

Hodnota Malmquistovho indexu väčšia (menšia) ako jedna indikuje nárast (pokles) produktivity za sledované obdobie medzi  $s$  a  $t$ . Hodnota jedna je skôr teoretická a znamená, že produktivita stagnovala.

Analogicky predošlej situácii sa zavádzajú Malmquistove indexy fyzického objemu produktivity Laspeyresovho a Paascheho typu, ktoré pre vstupnú orientáciu plynú zo vzťahov

$$Q_s^I = \frac{\delta_s^I(\mathbf{x}_s, \mathbf{y}_s)}{\delta_s^I(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_s)}, \quad Q_t^I = \frac{\delta_t^I(\mathbf{x}_s, \mathbf{y}_t)}{\delta_t^I(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t)} \quad (4)$$

a pre výstupnú orientáciu sú dané vzťahmi

$$Q_s^O = \frac{\delta_s^O(\mathbf{x}_s, \mathbf{y}_s)}{\delta_s^O(\mathbf{x}_s, \mathbf{y}_t)}, \quad Q_t^O = \frac{\delta_t^O(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_s)}{\delta_t^O(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t)}. \quad (5)$$

Hicksov-Moorsteenov index spája obe orientácie dovedna a jeho Laspeyresove a Paascheho typy vzhľadom k bázičkej technológii  $T_s$ , resp. k bežnej technológii  $T_t$ , sú zavedené podielmi

$$HM_s = \frac{Q_s^O}{Q_s^I} = \frac{\delta_s^O(\mathbf{x}_s, \mathbf{y}_s) \delta_s^I(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_s)}{\delta_s^O(\mathbf{x}_s, \mathbf{y}_t) \delta_s^I(\mathbf{x}_s, \mathbf{y}_s)}, \quad HM_t = \frac{Q_t^O}{Q_t^I} = \frac{\delta_t^O(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_s) \delta_t^I(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t)}{\delta_t^O(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t) \delta_t^I(\mathbf{x}_s, \mathbf{y}_t)}. \quad (6)$$

Keď si všimneme bez ujmy na obecnosti Laspeyresov typ Hicksovho-Moorsteenovho indexu, tak nárast v produktivite si vyžaduje priblíženie sa k hranici produkčných možností  $T_s$ , čo znamená, že  $\delta_s^I(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_s) > \delta_s^I(\mathbf{x}_s, \mathbf{y}_s)$  a zároveň  $\delta_s^O(\mathbf{x}_s, \mathbf{y}_t) < \delta_s^O(\mathbf{x}_s, \mathbf{y}_s)$ . Potom ale  $Q_s^I < 1$  a  $Q_s^O > 1$ , čím potom aj  $HM_s > 1$ . Na elimináciu vplyvu subjektívnej voľby referenčnej technológie Bjurek (1996, s. 310) navrhol transformovať Laspeyresov a Paascheho variant pomocou geometrického priemeru na index Fisherovho ideálneho typu, čo vedie k vzťahu

$$HM = \sqrt{HM_s \cdot HM_t} = \sqrt{\frac{\delta_s^O(\mathbf{x}_s, \mathbf{y}_s) \delta_t^O(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_s) \delta_s^I(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_s) \delta_t^I(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t)}{\delta_s^O(\mathbf{x}_s, \mathbf{y}_t) \delta_t^O(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t) \delta_s^I(\mathbf{x}_s, \mathbf{y}_s) \delta_t^I(\mathbf{x}_s, \mathbf{y}_t)}}. \quad (7)$$

Ako predtým, hodnota Hicksovho-Moorsteenovho indexu väčšia (menšia) ako jedna ukazuje na nárast (pokles) produktivity za sledované obdobie medzi  $s$  a  $t$ . Teoretická hodnota jedna znamená stagnáciu produktivity.

Možno azda vytýčiť tri bazálne dôvody pre popularitu indexov malmquistovského typu: (1.) Sú odvodené od teoretického rámca produkčnej ekonómie. (2.) Sú jednoducho aplikovateľné. (3.) Dovoľujú dekompozíciu na základné determinanty TFP s názornou ekonomickou interpretáciou. Navyše Hicksov-Moorsteenov index má oproti Malmquistovmu indexu tieto (základné) výhody:

1. Spája v sebe informáciu o vývoji produktivity na strane vstupov aj výstupov a rieši problém voľby vstupnej či výstupnej orientácie, ktorý sprevádza štandardné Malmquistove indexy definované v (3).
2. Je multiplikatívne úplný podľa definície O'Donnella (2012), pokiaľ Malmquistov index bez ohľadu na orientáciu v (3) úplný nie je, a preto z neho plynúce indexné číslo nemôže byť vždy interpretované ako zmena produktivity.<sup>1</sup>
3. Splňuje podmienku časovej reverzie, kým štandardný Malmquistov index definovaný v (3) bez ohľadu na orientáciu nie (pozri Diewert a Fox, 2017, s. 282).<sup>2</sup>
4. Splňuje axiómu determinovateľnosti a je teda spočítateľný aj pre všeobecnejšie produkčné technológie, kým štandardný Malmquistov index v (3) bez ohľadu na orientáciu túto axiómu nespĺňa (pozri Briec a Kerstens, 2011). Sú situácie, keď sa Malmquistov index nedá identifikovať a nejde iba o problém observácie konkrétneho súboru produkčných dát.

Spoločným obmedzením oboch indexov je ich nereťaziteľnosť, a teda majú limitovanú informačnú hodnotu pri multilaterálnych porovnaníach naprieč viacerými obdobiami (pozri Färe *et al.*, 2008, s. 608).<sup>3</sup> Možno ešte poznamenať, že nutnosť voľby orientácie v prípade použitia Malmquistovho indexu sa môže odstrániť napr. tým, že sa adekvátnym spôsobom spriemerujú vstupne a výstupne orientované jeho varianty, tzn. použije sa vzťah

$$MI = \sqrt{MI^I \cdot MI^O} = \sqrt{\frac{\delta_s^I(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t)}{\delta_s^I(\mathbf{x}_s, \mathbf{y}_s)} \cdot \frac{\delta_t^I(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t)}{\delta_t^I(\mathbf{x}_s, \mathbf{y}_s)} \cdot \frac{\delta_s^O(\mathbf{x}_s, \mathbf{y}_s)}{\delta_s^O(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t)} \cdot \frac{\delta_t^O(\mathbf{x}_s, \mathbf{y}_s)}{\delta_t^O(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t)}}} \quad (8)$$

Je azda prekvapujúce, že literatúra takúto možnosť neuvažuje. Miesto toho bol za použitia farellovského konceptu merania technickej efektívnosti vyvinutý Zofiom a Lovellom

- 
- 1 O'Donnell (2012, s. 257) považuje index merajúci zmenu TFP za multiplikatívne úplný vtedy, ak ho možno vyjadriť ako podiel agregovaného výstupu a agregovaného vstupu, pričom obe agregačné funkcie sú nezáporné neklesajúce lineárne homogénne skalárne funkcie. Neskoršie dokazuje, že Malmquistov index sa takto vyjadriť nedá, kým Hicksov-Moorsteenov index áno. Takto definovaný multiplikatívne úplný index splňuje najpodstatnejšie axiómy indexného čísla: monotónnosť, homogenita, identita, súmerateľnosť a proporcionalita (cf. Diewert, 1992, Section 2, Diewert a Fox, 2015, s. 278).
  - 2 Časová reverzia znamená, že je možné vzájomne zameniť rolu bazického a bežného obdobia a zmena nastane iba v hodnote indexu, ktorý je recipročnou hodnotou indexu pôvodného nezameneného prípadu.
  - 3 Reťaziteľnosť znamená, že je možné multiplikatívne spájať indexy počítané za disjunktné obdobia idúce súvisle za sebou a získa sa index, ktorý opisuje zmenu za celé obdobie.

(2001) neorientovaný Malmquistov index s využitím hyperbolickej miery technickej efektívnosti.

Ambíciou analýzy vývoja produktivity nie je iba identifikovať smer vývoja produktivity a kvantifikovať ho, ale predovšetkým stanoviť determinanty tohto vývoja. Na tento účel bolo vyvinutých niekoľko dekompozícií, a to najmä pre Malmquistov index, ktoré sú rozsiahlo diskutované Balkom (2001) a Grosskopfovou (Grosskopf, 2003). Limitujúcim faktorom, ktorý spôsobil, že dekompozícií Hicksovho-Moorsteenovho indexu sa nevenovala dostatočná pozornosť, bolo presvedčenie, že tento index je rezistentný voči dekompozícií a nie je možné ním identifikovať efekty zo zmien v rozsahu produkcie (Färe *et al.*, 2008, s. 555–556). Napriek tomu vhodné dekompozíčné identity neskoršie navrhli a odvodili O'Donnell (2012) a Diewert a Fox (2017). V ďalšom sa pozornosť venuje iba dekompozícií Diewerta a Foxa (2017), ktorá je použiteľná bez ohľadu na škálovacie podmienky produkčnej technológie a zahŕňa aj dekompozíciu navrhnutú O'Donnellom (2012). Autori prijali benevolentné predpoklady zahrňujúce konštatné a variabilné výnosy z rozsahu, ako aj minimalistickú technológiu FDH (free disposal hull) opísanú Tulkensom (1993). Táto metodika rozkladá Hicksov-Moorsteenov index *HM* na tri komponenty v multiplikatívnej väzbe: (i.) *TECH* (technical efficiency change), (ii.) *TCH* (technological change) a (iii.) *RTSCH* (returns to scale change). Komponent *TECH* meria príspevok do *HM* v podobe zlepšenia technickej efektívnosti sledovanej produkčnej jednotky. Komponent *TCH* kvantifikuje, ako do *HM* prispieva technologický posun celej hranice produkčných možností v okolí danej jednotky. Komponent *RTSCH* potom meria vplyv prevádzkových podmienok ohľadom škálovateľnosti produkcie na danú produkčnú jednotku, tzn. to, ako sa v okolí tejto jednotky menil tvar hranice produkčných možností a ovplyvňoval dosahovanie produktivity pri zmenených podmienkach dosahovania výnosov z rozsahu. Dekompozícia Hicksovho-Moorsteenovho indexu sa riadi vzťahom

$$HM = TECH \cdot TCH \cdot RTSCH, \quad (9)$$

kde jednotlivé komponenty sú zavedené vzťahmi

$$TECH = \sqrt{TECH^I \cdot TECH^O}, \quad TECH^I = \frac{\delta_t^I(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t)}{\delta_s^I(\mathbf{x}_s, \mathbf{y}_s)}, \quad TECH^O = \frac{\delta_t^O(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t)}{\delta_s^O(\mathbf{x}_s, \mathbf{y}_s)},$$

$$TCH = \sqrt{TCH_F^I \cdot TCH_F^O}, \quad TCH_F^I = \sqrt{\frac{\delta_t^I(\mathbf{x}_s, \mathbf{y}_s) \delta_t^I(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t)}{\delta_s^I(\mathbf{x}_s, \mathbf{y}_s) \delta_s^I(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t)}}, \quad TCH_F^O = \sqrt{\frac{\delta_s^O(\mathbf{x}_s, \mathbf{y}_s) \delta_s^O(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t)}{\delta_t^O(\mathbf{x}_s, \mathbf{y}_s) \delta_t^O(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t)}},$$

$$RTSCH = \sqrt{RTSCH_F^I \cdot RTSCH_F^O}, \quad RTSCH_F^I = \frac{HM}{TECH^I TCH_F^I}, \quad RTSCH_F^O = \frac{HM}{TECH^O TCH_F^O}. \quad (10)$$

Výrazy *TECH*, *TCH* a *RTSCH* vznikajú geometrickým priemerovaním zložiek korešpondujúcich vstupnej a výstupnej orientácii. Zložky  $TCH_F^I$ ,  $TCH_F^O$ ,  $RTSCH_F^I$  a  $RTSCH_F^O$  predstavujú indexy Fisherovho ideálneho tvaru, ktoré formou geometrického priemeru spájajú informácie vzhľadom na bázičnú a bežnú technológiu. V uvedených



vzťahoch sú  $RTSCH_F^I$  a  $RTSCH_F^O$  určené reziduálne „dopočtom“, hoci, prirodzene, existuje explicitný vzorec. Hodnoty týchto výrazov väčšie (menšie) ako jedna signalizujú postupne zlepšenie (zhoršenie) technickej efektívnosti v relatívnom vyjadrení (*TECH*), posun (zosun) hranice produkčných možností v okolí hodnotenej jednotky a pozitívny (negatívny) vplyv technického pokroku (*TCH*) a zlepšenie (zhoršenie) lokálneho rozsahu produkcie (*RTSCH*).

Ďalšia potenciálna výhoda Hicksovho-Moorsteenovho indexu sa týka dekompozície podľa vzťahov (9) a (10). Táto dekompozícia je jednoznačná bez ohľadu na určenie podkladovej technológie. Naproti tomu v prípade dekompozície Malmquistovho indexu sa vedú akademické spory ohľadom voľby podkladovej technológie a následnej interpretácie získaného výsledku (pozri napr. Grosskopf, 2003).

## 2. Rozšírenie Hicksovho-Moorsteenovho indexu a jeho dekompozície na viacročné obdobia

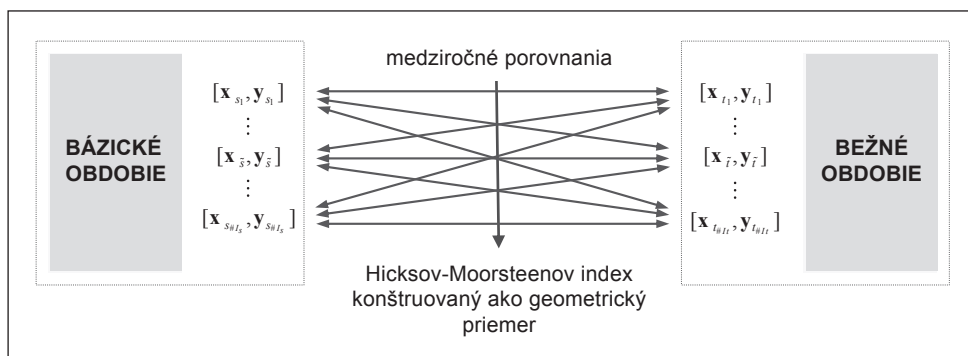
Pozornosť sa teraz sústreďí na prípad, keď je potrebné hodnotiť vývoj produktivity za dve (potenciálne viacročné) obdobia. Bázické obdobie bude zasahovať po sebe nasledujúce roky  $I_s = \{s_1, s_2, \dots\}$  a bežné obdobie bude tvorené po sebe idúcimi rokmi  $I_t = \{t_1, t_2, \dots\}$  (pričom  $\#I_s, \#I_t \geq 1$ ). Produkčná aktivita sledovanej jednotky v ľubovoľnom roku  $\tilde{s}$  bázického obdobia bude označená  $[\mathbf{x}_{\tilde{s}}, \mathbf{y}_{\tilde{s}}]$  (pričom  $\tilde{s} \in I_s$ ) a v nejakom roku  $\tilde{t}$  bežného obdobia ako  $[\mathbf{x}_{\tilde{t}}, \mathbf{y}_{\tilde{t}}]$  (kde  $\tilde{t} \in I_t$ ). Kľúčovým prvkom formulovanej metodiky je úvaha, že zmena produktivity hodnotenej jednotky medzi bázickým obdobím  $I_s$  a bežným obdobím  $I_t$  je obsiahnutá v zmene jej produktivity medzi všetkými rokmi  $\tilde{s}$  bázického obdobia a bežného obdobia. Je preto nutné pre každú kombinovanú dvojicu rokov  $[\tilde{s}, \tilde{t}]$  (takú, že  $\tilde{s} \in I_s$  a  $\tilde{t} \in I_t$ ) určiť Hicksov-Moorsteenov index a jeho komponenty určené vzťahmi (7) a (10) a obvyklým spôsobom ich spriemerovať za pomoci geometrického priemeru. Podstata vzájomných kombinovaných porovnaní je demonštrovaná na obrázku 1. Na tieto účely je potrebné stanoviť intratemporálne miery technickej efektívnosti  $\delta_s^I(\mathbf{x}_{\tilde{s}}, \mathbf{y}_{\tilde{s}})$ ,  $\delta_t^I(\mathbf{x}_{\tilde{t}}, \mathbf{y}_{\tilde{t}})$ ,  $\delta_s^O(\mathbf{x}_{\tilde{s}}, \mathbf{y}_{\tilde{s}})$ ,  $\delta_t^O(\mathbf{x}_{\tilde{t}}, \mathbf{y}_{\tilde{t}})$ , „čisté“ intertemporálne miery  $\delta_t^I(\mathbf{x}_{\tilde{s}}, \mathbf{y}_{\tilde{s}})$ ,  $\delta_s^I(\mathbf{x}_{\tilde{t}}, \mathbf{y}_{\tilde{t}})$ ,  $\delta_t^O(\mathbf{x}_{\tilde{s}}, \mathbf{y}_{\tilde{s}})$ ,  $\delta_s^O(\mathbf{x}_{\tilde{t}}, \mathbf{y}_{\tilde{t}})$ , ako aj zmiešané intertemporálne miery  $\delta_t^I(\mathbf{x}_{\tilde{s}}, \mathbf{y}_{\tilde{t}})$ ,  $\delta_s^O(\mathbf{x}_{\tilde{t}}, \mathbf{y}_{\tilde{s}})$ ,  $\delta_s^O(\mathbf{x}_{\tilde{s}}, \mathbf{y}_{\tilde{t}})$ . Na základe toho je možné spočítať dosadením do vzťahov (7) a (10) pre každú dvojicu rokov medzi obdobia  $[\tilde{s}, \tilde{t}]$  hodnoty Hicksovho-Moorsteenovho indexu  $HM_{[\tilde{s}, \tilde{t}]}$  a tiež jeho komponentov  $TECH_{[\tilde{s}, \tilde{t}]}$ ,  $TCH_{[\tilde{s}, \tilde{t}]}$  a  $RTCH_{[\tilde{s}, \tilde{t}]}$ . Následne sa výsledný Hicksov-Moorsteenov index a jeho tri komponenty, ktoré charakterizujú vývoj produktivity medzi bázickým obdobím  $I_s$  a bežným obdobím  $I_t$ , vypočítajú ako geometrický priemer všetkých možných párových hodnôt. Môže sa stať, že pre hodnotenú jednotku aktivitu v niektorom roku (alebo v niektorých rokoch) bázického alebo bežného obdobia nevykazovala alebo údaje o aktivite nie sú dostupné. V takomto prípade je stále možné vytvoriť všetky možné párové kombinácie  $[\tilde{s}, \tilde{t}]$ , kde  $\tilde{s} \in I_s$  a  $\tilde{t} \in I_t$ , ale efektívny počet párových medziročných porovnaní už nebude  $\#I_s \cdot \#I_t$ , ale bude menší. Samozrejme, na rozumné riešenie tejto úlohy sa vyžaduje, aby aktivita bola pozorovaná v aspoň jednom roku bázického a aspoň jednom roku bežného obdobia.



Ak označíme efektívny počet možných medziročných porovnaní symbolom  $\#I_{st}$  (pričom zjavne  $1 \leq \#I_{st} \leq \#I_s \cdot \#I_t$ ), potom výsledné hodnoty indexných charakteristík produktivity sú určené vzorcami

$$\begin{aligned}
 HM &= \#I_{st} \sqrt{\prod_{\tilde{s} \in I_s, \tilde{t} \in I_t} HM_{[\tilde{s}, \tilde{t}]}} \\
 TECH &= \#I_{st} \sqrt{\prod_{\tilde{s} \in I_s, \tilde{t} \in I_t} TECH_{[\tilde{s}, \tilde{t}]}} \\
 TCH &= \#I_{st} \sqrt{\prod_{\tilde{s} \in I_s, \tilde{t} \in I_t} TCH_{[\tilde{s}, \tilde{t}]}} \\
 RTSCH &= \#I_{st} \sqrt{\prod_{\tilde{s} \in I_s, \tilde{t} \in I_t} RTSCH_{[\tilde{s}, \tilde{t}]}}.
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

**Obrázok 1 |** Idea porovnávania medzi základným a bežným obdobím



Zdroj: vlastné spracovanie, Boďa a Zimková (2017, s. 109)

Podkladové miery technickej efektívnosti pre realizáciu výpočtov ľahko získať pomocou obalovej analýzy údajov (DEA, data envelopment analysis). Napriek predošlej diskusii o možnosti využitia komplexnejších mier technickej efektívnosti, v tejto krátkej poznámke sa objasní postup získania (odhadnutia) farellovských mier za podmienok variabilných výnosov z rozsahu. Špecifikácia iných technologických podmienok je zjavná. Predpokladajme, že v roku  $\tilde{s}$  základného obdobia  $I_s$  boli napozorované aktivity  $\{[\mathbf{x}_s^{(i)}, \mathbf{y}_s^{(i)}], i \in \Phi_s\}$  a podobne a v roku  $\tilde{t}$  bežného obdobia aktivity  $\{[\mathbf{x}_t^{(j)}, \mathbf{y}_t^{(j)}], j \in \Phi_t\}$ . Symboly  $\Phi_s$  a  $\Phi_t$  tu označujú indexnú množinu jednotiek, ktorých aktivity boli napozorované v roku  $\tilde{s}$ , resp.  $\tilde{t}$ . Odhady farellovských mier technickej efektívnosti  $\delta_s^I(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  a  $\delta_s^O(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  vzhľadom k referenčnému roku základného obdobia plynú z programov lineárneho programovania

$$\begin{aligned}
 est \cdot \delta_s^I(\mathbf{x}, \mathbf{y}) &= \min \left\{ \theta : \theta \mathbf{x} \geq \sum_{i \in \Phi_s} \lambda_i \mathbf{x}_s^{(i)}, \mathbf{y} \leq \sum_{i \in \Phi_s} \lambda_i \mathbf{y}_s^{(i)}, \sum_{i \in \Phi_s} \lambda_i = 1, \lambda_i \geq 0 \text{ pre } \forall i \in \Phi_s \right\}, \\
 est \cdot \delta_s^O(\mathbf{x}, \mathbf{y}) &= \max \left\{ \eta : \mathbf{x} \geq \sum_{i \in \Phi_s} \lambda_i \mathbf{x}_s^{(i)}, \eta \mathbf{y} \leq \sum_{i \in \Phi_s} \lambda_i \mathbf{y}_s^{(i)}, \sum_{i \in \Phi_s} \lambda_i = 1, \lambda_i \geq 0 \text{ pre } \forall i \in \Phi_s \right\},
 \end{aligned}
 \tag{12}$$

kým miery  $\delta_i^l(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  a  $\delta_i^o(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  vzhľadom k referenčnému roku  $\tilde{t}$  bežného obdobia rezultujú z analogických lineárnych programov

$$\begin{aligned} est \cdot \delta_i^l(\mathbf{x}, \mathbf{y}) &= \min \left\{ \theta : \theta \mathbf{x} \geq \sum_{j \in \Phi_i} \lambda_j \mathbf{x}_i^{(j)}, \mathbf{y} \leq \sum_{j \in \Phi_i} \lambda_j \mathbf{y}_i^{(j)}, \sum_{j \in \Phi_i} \lambda_j = 1, \lambda_j \geq 0 \text{ pre } \forall j \in \Phi_i \right\}, \\ est \cdot \delta_i^o(\mathbf{x}, \mathbf{y}) &= \max \left\{ \eta : \mathbf{x} \geq \sum_{j \in \Phi_i} \lambda_j \mathbf{x}_i^{(j)}, \eta \mathbf{y} \leq \sum_{j \in \Phi_i} \lambda_j \mathbf{y}_i^{(j)}, \sum_{j \in \Phi_i} \lambda_j = 1, \lambda_j \geq 0 \text{ pre } \forall j \in \Phi_i \right\}. \end{aligned} \quad (13)$$

Predikát *est* má indikovať, že výsledkom uvedených optimalizácií je iba odhad miery technickej efektívnosti. Keď evalvovaná produkčná aktivita  $[\mathbf{x}, \mathbf{y}]$  prináleží do referenčného obdobia, je zaručené, že odhady vstupne orientovaných mier sú z intervalu  $(0, 1)$  a výstupne orientovaných mier z intervalu  $[1, \infty)$ . V opačnom prípade odhadnuté miery môžu byť mimo stanoveného intervalu (ale kladné), resp. riešenie nemusí existovať. Prvá situácia nijako neškodí predošlým úvahám.

Je výhodné prijať predpoklad, že bázické aj bežné obdobia sú technologicky (ekonomicky, politicky ap.) kompaktné a že počas oboch období sa produkčná technológia nemenila, teda  $T_{s1} = T_{s2}$  pre  $\forall s_1, s_2 \in I_s$  a  $T_{t1} = T_{t2}$  pre  $\forall t_1, t_2 \in I_t$ . Tento predpoklad zodpovedá ekonomickému (vecnému) rozlíšeniu bázického a bežného obdobia a skúmaniu vývoja produktivity medzi týmito obdobiami. Zároveň umožňuje zlúčiť napozorované produkčné aktivity z rôznych rokov bázického obdobia dovedna a rovnako z rôznych rokov bežného obdobia, čím sa potom zlepši (umožní) rozlišovacia schopnosť obalovej analýzy údajov. Tento predpoklad aplikovali aj Boďa a Zimková (2017).

### 3. Aplikácia na slovenský bankový sektor

Metodika je demonštrovaná na zistenie vývoja produktivity finančnej intermediácie zabezpečovanej slovenským bankovým sektorom počas rokov 2005–2016. Zvolený časový rámec 12 rokov už nie je dotknutý reformou slovenského bankového sektora, počas ktorej došlo k privatizácii a reštrukturalizácii bánk vlastnených štátom (včítane troch najväčších slovenských bánk) a posilneniu regulácie a výkonu bankového dohľadu. Program reformy bol dokončený v roku 2002 a po roku 2001 na žiadnu banku nebola uvalená nútená správa. Výsledky sa postupne prejavovali od roku 2002 a v roku 2003 sa následne situácia v bankovom sektore stabilizovala a ukázala vo zvýšenej konkurencii na trhu bankových produktov a tiež v posilnení kapitálovej primeranosti. Každoročné analýzy slovenského bankového sektora publikované Národnou bankou Slovenska (2005–2016) nevzbudzujú obavy z nedostatočnej konkurencie a analýza slovenského bankového trhu ukazuje na ustálenú úroveň slabej či strednej koncentrácie v celom sledovanom období (napr. Boďa, 2017).<sup>4</sup> Rozpätie uvažovaných 12 rokov možno

4 Nebude prekvapivý postreh, že podobným vývojom prešli aj iné bankové sektory tranzitívnych ekonomík. Napríklad Podpiera a Weill (2008) a Pruteanu-Podpiera *et al.* (2008) konštatujú podobný štruktúrny priebeh pre český bankový sektor: po turbulentnom období stabilizácie bankového prostredia a kryštalizácie bankového dohľadu od roku 2001 nastúpilo obdobie účinnej konkurencie.

prirodzene rozdeliť na dve po sebe nasledujúce disjunktné obdobia. Obdobie I za roky 2005–2008 je obdobím európskej integrácie vyznačujúce rekonfiguráciou politického prostredia so silným vplyvom na ekonomiku a obdobie II rokov 2009–2016 je obdobím politického a ekonomického ustálenia s komparatívne tlmeným vplyvom svetovej ekonomickej krízy (tzv. veľkej recesie). Tieto celoplošnejšie udalosti ekonomického prostredia našli aj špecifické prejavy v slovenskom bankovom sektore. Okrem toho, že v období I sa slovenské banky postupne pripravovali na zavedenie spoločnej meny euro, zavádzali nový systém corporate governance, zacielili svoj marketing už iba na vybrané klientske segmenty a prešli na elektronické bankové služby. Zároveň sa zmenila štruktúra bilančných a mimobilančných operácií, inovovali sa bankové služby, presadili sa služby investičného a hypotekárneho bankovníctva a etablovala sa správa aktív. Obdobie II sa vyznačovalo úspešnou adaptáciou slovenského bankového sektora na prechod do eurozóny a napriek ojedinelým stratám menších bánk sa potvrdila a upevnila reziliencia a stabilita slovenského bankového sektora. Odkazom veľkej recesie v období II bol príklon ku konzervatívnejším aktívam a pasívam v bilancii komerčných bánk a zmeny spotrebiteľských trendov domácností sa postupne prejavil v utlmení depozitnej aktivity a zvýšení záujmu o úverové financovanie. Rámcové podmienky obdobia I aj obdobia II nevyhnutne vplývali na priebeh a kvalitu finančnej intermediácie. Už tieto rámcové okolnosti poukazujú na pravdepodobné zlepšenie finančnej intermediácie slovenského bankového sektora medzi sledovanými obdobiami, ale neodpovedajú na dôležitú otázku, z čoho tento nárast pochádzal. Ide o otázku, ktorá si zasluhuje hlbšie skúmanie.

Z makro pohľadu finančnej intermediácie sú banky agentmi, ktorí zabezpečujú presun voľných peňažných fondov od suficitných jednotiek k deficitným, pričom používajú tradičné výrobné faktory typu práca a kapitál (Ahn a Le, 2014, s. 9–12, Palečková, 2017, s. 85). Toto vymedzenie sa potom podpísalo aj pod uvažovaný model bankovej produkcie, podľa ktorého banka používa pracovnú silu, fixné aktíva a depozitá (vstupy) na produkciu úverov (výstup).<sup>5</sup> Pracovná sila bola meraná prepočítaným evidenčným počtom zamestnancov za daný rok a ostatné monetárne produkčné premenné boli vyjadrené koncoročným bilančným stavom v tis. € a prepočítané implicitným cenovým deflátorom k cenám roku 2005. Dáta pokrývali banky spolu s pobočkami zahraničných bánk

---

5 Takáto interpretácia bankového podnikania korešponduje s tzv. intermediačným prístupom uplatňovaným pri hodnotení efektívnosti v bankovníctve, ktorý umiestňuje v produkčnej technológii depozitá na strane vstupov a úvery na strane výstupov. Nejde pritom o prístup jediný a úloha depozit pri bankovej produkcii vyvoláva kontroverzné názory. Produkčný prístup napr. interpretuje banku ako producenta bankových služieb, ktorý používa tradičné faktory bankovej produkcie (pracovnú silu a fixné aktíva) na produkovanie depozitných a kreditných služieb (depozitá a úvery). Potom depozitá sú zaradené na strane výstupov, ale z analýzy týmto uniká úloha komerčnej banky ako finančného sprostredkovateľa, hoci získavanie a administrácia depozit v bankách angažuje značnú časť pracovnej sily a patrí medzi produkčné ciele banky. Použitie produkčného prístupu a špecifikácia depozit na strane výstupov je skôr vhodnejší pre analýzy na úrovni pobočiek (pozri napr. Duygun Fethi a Pasiouras, 2010, s. 191). Použitý intermediačný prístup v zásade predpokladá, že banka sa drží kontinentálneho modelu a financuje sa iba v marginálnej miere priamo od centrálnej banky a na medzibankovom trhu.

(ďalej iba „banky“) a boli získané od TREND Analyses prevádzkovaných spoločnosťou News and Media Holding, a.s., Bratislava, kým implicitný cenový deflátor bol získaný zo stránky Eurostatu (<http://ec.europa.eu/eurostat/data/database>).

Je potrebné priznať, že uvažovanie úverov ako výlučného a unitárneho výstupu je podstatným zjednodušením bankovej produkcie a že v literatúre sa možno stretnúť s diferencovaním viacerých typov depozít na vstupe a úverov na výstupe (napr. Havránek et al., 2016, s. 155). Vymedzenie bežných a terminovaných depozít, rozlišovanie komerčných úverov podľa veľkosti a typu fixácie úrokovej sadzby či ďalšia detailizácia spotrebiteľských a hypotekárnych úverov by zrejme lepšie zodpovedali predstave, že pri finančnej intermediácii sa akumulujú heterogénne fondy voľných peňažných prostriedkov a tieto sa alokujú medzi deficitné ekonomické subjekty. Zjavne ale rôzne typy úverov prispievajú k uspokojovaniu ekonomických potrieb a hospodárskemu rastu v rôznej miere, a preto vnímanie úverov ako homogénneho výstupu nemusí byť pre presnosť analýzy optimálne, ak by niektoré z bánk boli teoreticky schopné substituovať poskytovanie úverov nakupovaním cenných papierov. Analýza sa ale sústreďuje na tradičný konzervatívny model bankovej finančnej intermediácie obmedzujúci sa najmä na prijímanie vkladov a poskytovanie úverov. Uvažuje sa pritom celková výška úverových pohľadávok voči klientom, hoci ideálne by bolo zohľadniť podstupované úverové riziko a očistiť tieto úverové pohľadávky o zlyhané úvery. Použitie celkového (a nie čistého) objemu úverov navzdory tomu nemení výsledky analýzy.

V nadväznosti na záverečný komentár predošlej kapitoly a ekonomické zdôvodnenie ponúknuté vyššie sa predpokladá, že produkčná technológia slovenského bankového sektora bola invariantná a nemenná počas štyroch rokov obdobia I (bázické obdobie) a ôsmich rokov obdobia II (bežné obdobie).<sup>6</sup> Tento predpoklad potom umožnil spojiť produkčné dáta za rôzne bankoroky bázického obdobia a rôzne bankoroky bežného obdobia, čím vzhľadom na chýbajúce údaje o niektorých bankách za niektoré roky vznikli nevyvážené panely pozorovaní. Dôvodom pre absenciu dát boli napr. ukončenie podnikania alebo vstup na trh počas obdobia, alternatívne nedostupnosť niektorého

---

6 Prirodzene, zavedený predpoklad invariantnosti bankovej technológie vnútri oboch období je veľmi silný a otvorený polemike. Napriek tomu, že v období I si slovenské banky osvojovali know-how a podnikateľské modely prevzaté zo zahraničných materských spoločností, transfer poznatkov bol postupný a jeho implementácia nebola skoková. Zmeny sa nutne prejavili vo zväčšení množiny produkčných možností, ale pravdepodobne až v nasledujúcich rokoch a rok prijatia eura predchádzajúci oficiálnemu datovaniu svetovej finančnej krízy sa v tomto ohľade zdá ako rozumný deliaci bod. Obdobie II je z hľadiska homogénnosti bankovej technológie komplikovanejšie, keďže ho ohraničuje obdobie globálnej ekonomickej krízy na začiatku a kvantitatívne uvoľňovanie na začiatku a na konci obdobia. Nekonenčné menové opatrenia sa odrazili v poskytovaní väčšieho objemu úverov domácnostiam a nefinančným korporáciám, ale boli súčasne sprevádzané poklesom úverov korporátnej sféry (Lojschová, 2017, s. 21). Zvolený model celkovej produkcie uvažujúci celkové úvery, a nie jednotlivé kategórie úverov, je taktó čiastočne robustný voči štruktúrálnym dôsledkom kvantitatívneho uvoľňovania. Žiada sa podotknúť, že pri neplatnosti zavedeného predpokladu invariantnosti bankovej technológie nemožno stanoviť, v akom rozsahu sú výsledky indexnej analýzy skreslené a či toto skreslenie sa prejavuje vo vyšších alebo nižších hodnotách indexov.

pozorovania. Pre obdobie I bolo k dispozícii 76 bankorokov pozorovaní za 21 bánk a pre obdobie II 115 bankorokov pozorovaní za 19 bánk.<sup>7</sup> V dátovej množine neboli uvažované špecializované či štátne inštitúcie ani stavebné sporiteľne. Vylúčenie tohto typu bankových inštitúcií vyplývalo z ich úplne iného poslania (napr. podpora exportu mimo tradičnej ziskovej orientácie pri EXIMBANKE SR) alebo z odlišného rázu podmienok depozitnej a úverovej činnosti pri stavebných sporiteľniach (kde model generovania zisku je výrazne závislý na štátnej politike podpory bývania). Dátová množina následne pozostávala z údajov pre banky a pobočky zahraničných bánk s diferencovanou univerzálnosťou či špecializáciou bankového podnikania, ktoré dokážu uplatňovať svoj model dosahovania zisku bez výraznejšieho vplyvu štátnej politiky orientovanej na podporu hospodárstva či domácností. V dátovej množine však zostalo osem hypotekárnych bánk, ktoré sú ale súčasne bankami univerzálnymi a ich činnosť je výrazne diverzifikovaná. Zanedbanie troch stavebných sporiteľní by ovplyvnilo výsledky pre zostávajúce bankové inštitúcie a ich bankoroky iba v situácii, že by bankoroky prislúchajúce stavebným sporiteľniam, sa ukázali technicky efektívne a podieľali sa tak na odhadnutej hranici produkčných možností. Otázkou je, či by ale potom nedošlo k porušeniu definičnej správnosti odhadu hranice produkčných možností. Dáta boli preverené na výskyt odľahlých hodnôt za pomoci identifikačnej metódy navrhnutej Wilsonom (1993) bez zistenia anomálií. Od zvyšku dát trochu vyčnievajú najväčšie banky (SLSP, TATRA a VUB), ale bez negatívneho vplyvu na skóre technickej efektívnosti.

Výpočty a grafická prezentácia boli zostavené v programe R (R Core Team, 2017) za pomoci vlastných skriptov a funkcionalít balíka Benchmarking (Bogetoft a Otto, 2015).

Na obrázku 2 sú graficky a v tabuľke 1 číselne znázornené výsledky analýzy, ktoré v podmienkach technológie variabilných výnosov z rozsahu dávajú odpoveď na otázku, ako sa vyvíjala produktivita finančnej intermediácie slovenských bánk medzi obdobím I (2005–2008) a obdobím II (2009–2016). Výsledky sú obmedzené iba na vybrané banky, pri ktorých sa nevyskytol problém s neriešiteľnosťou programov zavedených vo vzťahoch (11) a (12). V tabuľke sú síce prezentované výsledky pre 13 bánk, ale z grafov bola vylúčená KOBÁ z dôvodu, že jej zaradenie by spôsobovalo nečitateľnosť

---

7 Dátová množina mala takéto zastúpenie najvýznamnejších bánk (pričom oblú zátvorky uvádzajú počet rokov údajov za obdobie I / obdobie II a hranaté zátvorky tučným písmom skrátene označovanie na účely grafickej prezentácie): Československá obchodná banka, a. s. (4 / 5) [ČSOB], ING Bank N.V., pobočka (4 / 3) [ING], J&T Banka, a. s., pobočka (3 / 4) [JT], Komerční banka Bratislava, a. s. / Komerční banka, a. s., pobočka (4 / 6) [KOBÁ], OTP Banka Slovensko, a. s. (4 / 8) [OTP], Poštová banka, a. s. (4 / 5) [POBA], Dexia banka Slovensko, a. s. / Prima banka Slovensko, a. s. (4 / 8) [PRIMA], Privatbanka, a.s. (4 / 7) [PRIVAT], Sberbank Slovensko, a. s. (4 / 7) [SBER], Slovenská sporiteľňa, a. s. (4 / 8) [SLSP], Tatra banka, a. s. (4 / 8) [TATRA], UniBanka, a. s. / UniCredit Bank Slovakia, a. s. / UniCredit Bank Czech Republic and Slovakia, a. s., pobočka (4 / 8) [UNICB], Všeobecná úverová banka, a. s. (4 / 7) [VUB]. Okrem toho bola dátová množina tvorená ďalšími 25 bankorokmi v období I a 31 bankorokmi v období II. Išlo pritom o menej významné pobočky zahraničných bánk alebo o banky s údajmi iba v jednom z období.

výsledkov pre ostatné banky. Prijaté skratkové označenia bánk sú vysvetlené v poznámke pod čiarou 6. Obrázok 2 pre každú z 12 bánk ukazuje šedými hviezdikami párové hodnoty medzi jednotlivými rokmi oboch období pre Hicksov-Moorsteenov index  $HM_{[\tilde{s}, \tilde{t}]}$  a jeho komponenty  $TECH_{[\tilde{s}, \tilde{t}]}$ ,  $TCH_{[\tilde{s}, \tilde{t}]}$  a  $RTSCH_{[\tilde{s}, \tilde{t}]}$  (kde  $\tilde{s}$  je z obdobia I a  $\tilde{t}$  je z obdobia II). Úroveň zodpovedajúcich geometrických priemerov  $HM$ ,  $TECH$ ,  $TCH$  a  $RTSCH$  je signalizovaná tučným krúžkom a variabilita je naznačená chybovými úsečkami vo veľkosti „ $\pm$  jedna smerodajná odchýlka“.<sup>8</sup> Spôsob, akým vznikajú pri vyčerpávaní medziročnom porovnávaní obdobia I a obdobia II párové hodnoty indexov a ako sa agregujú do sumárnej veličiny geometrickým priemerom, bol koncepčne ilustrovaný skorším obrázkom 1. Vertikálna čiara vymedzuje zóny regresu a progresu produktivity. Tabuľka 1 sumarizuje pre príslušných 13 bánk (12 bánk na obrázku 2 plus KOB) zistené výsledné hodnoty indexu  $HM$  a komponentov, (ktoré boli na obrázku 2 znázornené tučným krúžkom) a zároveň identifikuje hlavný komponent, ktorý prispieva do hodnoty Hicskovho-Moorsteenovho indexu  $HM$ . Pri identifikácii bola použitá logaritmická metóda (pozri Kubičková a Jindřichovská, 2015, s. 197) a určujúcim kritériom pre stanovenie hlavného faktora bolo zistenie, ktorý z percentuálnych podielov  $\log(TECH) / \log(HM) \cdot 100\%$ ,  $\log(TCH) / \log(HM) \cdot 100\%$ ,  $\log(RTSCH) / \log(HM) \cdot 100\%$  je najvyšší. Pre porovnanie sú uvedené hodnoty orientovaného Malmquistovho indexu spočítaného touto rozšírenou metodikou  $MI^I$  a  $MI^O$  a ich geometrický priemer  $MI$  (pozri aj Boďa a Zimková, 2017). V prípade troch najväčších bánk SLSP, TATRA a VUB sa vyskytli problémy s neriešiteľnosťou a tieto sú indikované hodnotou „NA“. Navyše pri SLSP nebolo možné ani identifikovať komponenty  $TCH$  a  $RTSCH$ , a teda nie je isté, ktorý z nich bol smerodajný v celkovom vývoji produktivity. Konštatovaný problém s neriešiteľnosťou ovplyvnil aj skutočnosť zobrazovanú na obrázku 2, ktorého príprave slúžilo 308 párových hodnôt indexu  $HM$  a komponentu  $TECH$ , ale iba 228 párových hodnôt komponentov  $TCH$  a  $RTSCH$ . Táto okolnosť, prirodzene, nemá vplyv na validitu záverov.

Tabuľka 1 zároveň nepreukazuje výrazné rozdiely v informačnej hodnote Hicksovho-Moorsteenovho indexu ( $HM$ ) a Malmquistovho indexu ( $MI$ ). Nezistili sa situácie, že by tieto indexy produktivity na sumárnej úrovni poukazovali na odlišný vývoj, napriek tomu, že typické rádové rozdiely medzi nimi sú v absolútnom meradle od 0,00 do 0,10 (šesť bánk) a nad 0,10 do 0,25 (štyri banky). Výrazný rozdiel sa prejavil iba pri KOB, kde bol absolútny rozdiel 3,2030 a kde Hicksov-Moorsteenov index signalizoval prudšiu dynamiku nárastu produktivity.

8 Ide o geometrickú smerodajnú odchýlku. Keďže chybové úsečky sú konštruované „geometrický priemer  $\times$  geometrická smerodajná odchýlka“, resp. „geometrický priemer  $\div$  geometrická smerodajná odchýlka“, sú mierne asymetrické.

**Tabuľka 1 | Hicksov-Moorsteenov index, jeho komponenty a porovnanie s Malmquistovým indexom**

Banka	Hicksov-Moorsteenov index				Hlavný faktor do HM	Malmquistov index		
	HM	TECH	TCH	RTSCH		MI <sup>I</sup>	MI <sup>O</sup>	MI
ČSOB	1,1161	0,9941	1,3575	0,8271	TCH	1,4022	1,2987	1,3495
ING	1,1417	0,5216	2,0457	1,0699	TCH	1,1531	0,9874	1,0670
JT	1,3900	0,7318	2,0016	0,9489	TCH	1,3465	1,5937	1,4649
KOBA	8,8383	3,2358	1,5796	1,3761	TECH	8,6203	3,6839	5,6353
OTP	0,7689	0,5765	1,3678	0,9752	TECH	0,7580	0,8203	0,7885
POBA	1,5296	2,1339	1,3649	0,5252	TECH	4,1526	2,0429	2,9126
PRIMA	0,8447	0,7219	1,2956	0,9032	TECH	0,9273	0,9433	0,9352
PRIVAT	1,8123	0,9285	1,4660	1,3314	TCH	1,0782	1,7185	1,3612
SBER	1,1193	0,9678	1,3887	0,8328	TCH	1,4927	1,2100	1,3440
SLSP	1,3373	0,9718	NA	NA	TCH / RTSCH	NA	1,4499	1,4499
TATRA	1,3659	1,0368	1,3954	0,9481	TCH	NA	1,4132	1,4132
UNICB	1,2011	0,9281	1,4808	0,8739	TCH	1,4680	1,2868	1,3744
VUB	1,4217	1,1035	1,4362	0,9070	TCH	NA	1,5122	1,5122

Poznámka: Symbol NA indikuje situácie, keď intertemporálne skóre technickej efektívnosti nebolo spočítateľné a program (11) alebo (12) nemal dosiahnuteľné riešenie, resp. nadväzujúce výpočty potom neboli možné.

Zdroj: vlastné spracovanie

Dosiahnuté výsledky ukazujú, že väčšina bánk vykázala medzi obdobiami I a II progres v produktivite zabezpečovania finančnej intermediácie. Výnimkou boli iba PRIMA a OTP, ktorých produktivita medzi obdobiami poklesla. Typické hodnoty Hicksovho-Moorsteenovho indexu pre väčšinu bánk zhruba medzi 1,1000 až 1,4000 možno interpretovať názorne (ale aj zjednodušujúco) ako približný nárast produktivity vo finančnej intermediácii o 10 až 40%. Obzvlášť výrazný vzostup produktivity je zistený pre KOBA, ktorej Hicksov-Moorsteenov index medzi obdobiami I a II bol až 8,8383 s kladným príspevkom každého uvažované determinantu. Spomedzi nich mala rozhodujúci vplyv zmena relatívnej technickej efektívnosti, keďže táto sa počas sledovaného obdobia znásobila (priemerným) faktorom 3,2358. Z obrázku 2 možno usúdiť pre ostatných 12 bánk ešte tieto vývojové tendencie:

1. *TECH*: Pre sedem bánk (ČSOB, ING, PRIVAT, SBER, SLSP, TATRA, UNICB, VUB) technická efektívnosť v podstate medzi obdobiami iba mierne variovala bez podstatnej zmeny. POBA sa výrazne zlepšila v dosahovanej technickej efektívnosti, kým zvyšné štyri banky (ING, JT, OTP a PRIMA) preukázali presvedčivé zníženie technickej efektívnosti.

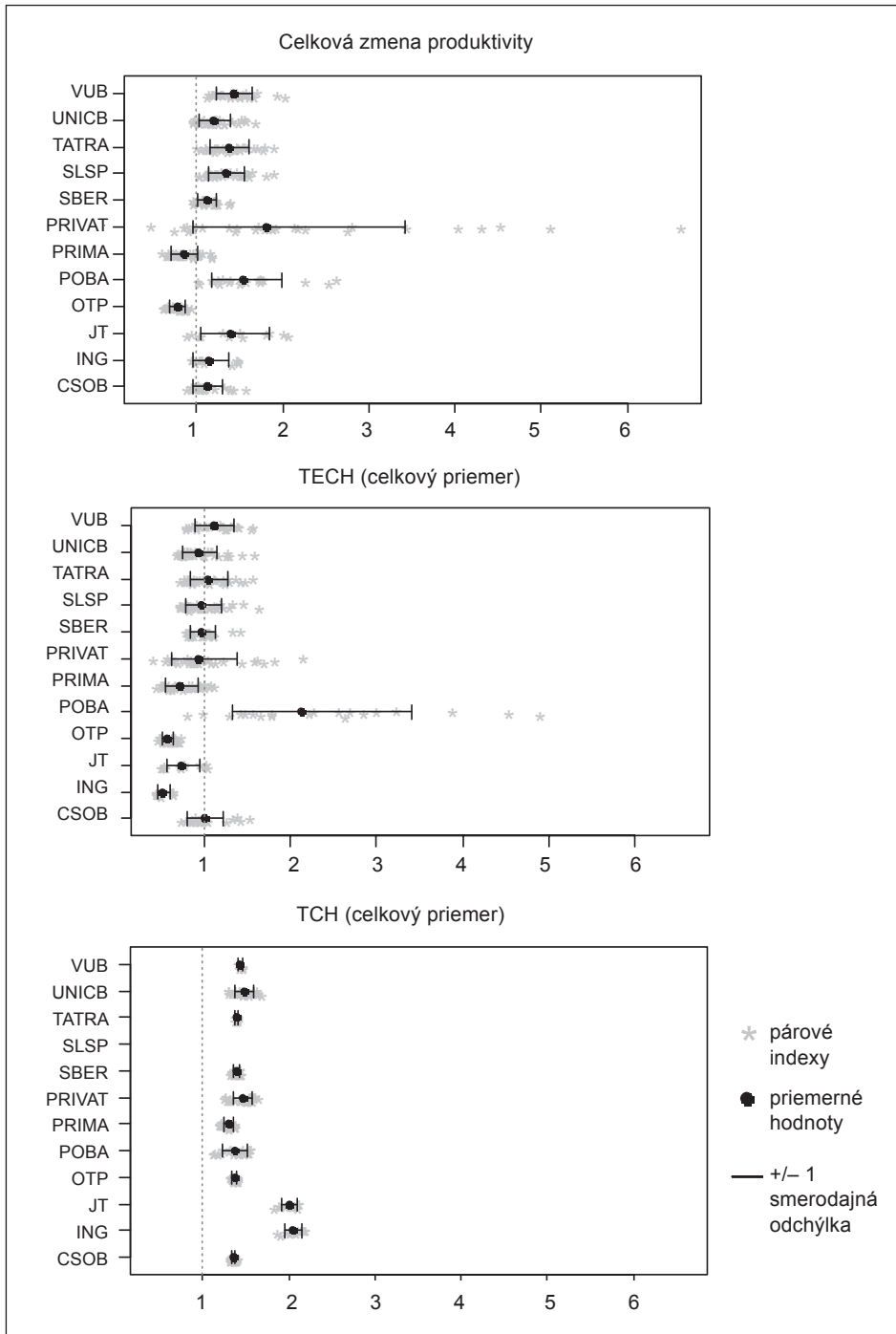


2. *TCH*: Technologická hranica v okolí všetkých sledovaných bánk (okrem SLSP s neistým statusom zapríčineným neriešiteľnosťou programov) expandovala a posunula sa ďalej. Obzvlášť pre ING a JT. V dôsledku toho sa technologický komponent vývoja produktivity prejavil pre každú banku vždy pozitívne.
3. *RTSCH*: Technologické možnosti operovať pri výhodnejšom rozsahu výroby sa pre štyri banky napriek slabému poklesu (JT, OTP, TATRA) či nárastu (ING) výrazne nezmenili. Iba PRIVAT vykázala markantnejšie zlepšenie medzi obdobiami, kým zvyšné banky deteriorovali. Obzvlášť zmena tvaru hranice produkčných možností zhoršila medzi obdobiami prevádzkové podmienky POBA.

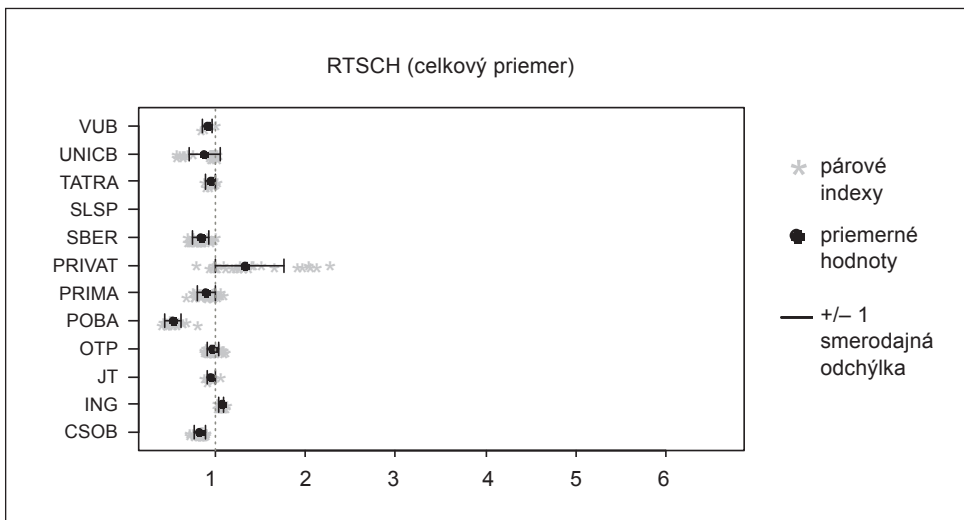
Samozrejme, konkrétne (priemerné) hodnoty indexov zodpovedajúcich opísaným vývojovým súvislostiam sú sumarizované tabuľkou 1. Z tabuľky tiež vyplýva, že pre väčšinu bánk (osem) boli smerodajné zmeny v hranici produkčných možností medzi obdobiami ako hlavný determinant ovplyvňujúci ich produktivitu vo finančnej intermediacii a predstavujúci faktor mimo ich manažérskej kontroly. Navzdory tomu pre menšinu bánk (štyri) bola hlavným determinantom vývoja zmena ich technickej efektívnosti a ide o faktor nimi podstatne ovplyvniteľný. Je zaujímavé, že pre dve banky, ktoré vykázali zostup v oblasti produktivity (OTP a PRIMA) bola zmena (deteriorácia) technickej efektívnosti smerodajným faktorom. Z hľadiska dynamiky vývoja produktivity sa od ostatných bánk výrazne odlišujú KOBA, PRIVAT a POBA. Technicky vzaté, v prípade KOBA ide o vysoké hodnoty indexov, ktoré pochádzajú z nízkej úrovne technickej efektívnosti KOBA v období I a jej výrazného vylepšenia v období II. V období I boli dostupné za KOBA údaje za všetky 4 roky a priemerná technická efektívnosť bola zistená 0,2380 a 0,4100 pre vstupnú a výstupnú orientáciu, kým v období II boli k dispozícii iba údaje za roky 2011–2016 a tieto indikovali priemernú technickú efektívnosť postupne 0,9630 a 0,9600 v závislosti od orientácie. Tieto súvislosti vidno aj neskoršie v tabuľke 2.

Nárast technickej efektívnosti ovplyvnil nielen odhady intratemporálnych, ale aj intertemporálnych skóre technickej efektívnosti a v čitateli vzťahov (7) a (10) sa pri krížovom porovnávaní rokov obdobia I a obdobia II získavali oveľa vyššie hodnoty než v menovateli. Pokiaľ ide o PRIVAT a POBA, ich odlišnosť vystupuje v opticky markantnej disperzii párových indexov na obrázku 2. Ide o technický dôsledok skokových medziročných zmien súvahových položiek zasahujúcich prudko najmä odhady zmiešaných intertemporálnych skóre technickej efektívnosti. Napríklad celkové fixné aktíva PRIVAT poklesli v roku 2006 na 1346 tis. € z 3101 tis. €, kým ostatné produkčné premenné vykázali mierny nárast. Podobný, hoci menej výrazný pokles celkových fixných aktív vykázala v období I aj POBA. Pri krížovom porovnávaní rokov 2005 a 2006 párovo s rokmi obdobia II a zmiešavaní podľa vzťahov (7) a (10) nastávala výrazná variácia odhadovaných hodnôt príslušných indexných charakteristík. Navrhovaná metóda je teda citlivá na nerovnomerné medziročné zmeny v produkčných aktivitách (v ich mixe), ale prípady, keď sa táto nadmerná senzitivita prejavuje, možno odhaliť vhodnou vizualizáciou; čomu slúži práve obrázok 2.

**Obrázok 2 | Hicksov-Moorsteenov index a jeho dekompozícia**



**Obrázok 2 | Hicksov-Moorsteenov index a jeho dekompozícia (pokračovanie)**



Zdroj: vlastné spracovanie

Zaujímavé je tiež zhodnotiť celkový vývoj produktivity pre celý súbor sledovaných komerčných bánk, avšak je potrebné jednotlivé hodnoty Hicksovho-Moorsteenovho indexu (a analogicky aj Malmquistovho indexu) v tabuľke 1 vážiť veľkosťou operácií bánk. Pri použití geometrického priemeru a váh odvodených od priemernej úrovne (deflovaných) prijatých depozít za celé obdobie 2005–2016, získa sa priemerná hodnota Hicksovho-Moorsteenovho indexu 1,2941 a Malmquistovho indexu 1,4470. Váhy odvodené takto od objemu poskytnutých úverov vedú k hodnotám 1,2997 a 1,4312, a teda ide o rozdiel zanedbateľný.

Výsledky uvedené v tabuľke 1 a na obrázku 2 jednoznačne dokazujú, že slovenské banky dokázali lepšie plniť úlohu na úseku finančnej intermediácie v období II v konfrontácii s obdobím I. Napriek tomu, že fungovanie svetovej ekonomiky a finančných trhov v období II bolo intenzívne poznačené veľkou recesiou, stabilita a dôveryhodnosť slovenského bankového sektora zostali neohrozené, čo dokázali aj európske stresové testy zahŕňajúce tri slovenské najvýznamnejšie banky TATRA, SLSP a VUB v roku 2014 (European Central Bank, 2014), ale aj jednotlivé analýzy slovenských komerčných bánk (napr. Szpyrc a Novota, 2013). Keďže slovenské bankovníctvo sa opiera svojimi ziskotvornými aktivitami o konzervatívny model spočívajúci na depozitných a kreditných službách a vo vykonávaní platobného styku, bolo iba okrajovo ovplyvňované postupne presadzovanými a sprísňujúcimi sa regulačnými iniciatívami bazilejského výboru (Bazilej II bol zavádzaný na Slovensku od roku 2008 a Bazilej III postupne od roku 2013). Vďaka relatívnej uzavretosti voči špekuláciám s inovatívnymi finančnými nástrojmi zostali slovenské banky nedotknuté turbulenciami kulminujúcimi na európskych finančných trhoch v rokoch 2008–2009 a pokračujúcimi veľkou recesiou. Slovenský bankový sektor patrí medzi tri

bankové sektory eurozóny, ktorých zdravé fungovanie si počas krízy nevyžiadalo žiadnu finančnú injekciu alebo inú pomoc od štátu. Je všeobecne známe, že kríza viedla k vyššej neochote európskych bánk požičovať si na medzibankových trhoch a banky si začali prioritne zabezpečovať svoju likviditu transakciami s centrálnymi bankami, čo sa muselo prejavovať aj v posilnení tradičného konzervatívneho modelu a zdôraznení významu finančnej intermediácie. Dokazuje to aj vývoj ukazovateľa „úvery k depozitám“ (LTD, loan-to-deposit ratio) používaného v regulačnej praxi pri hodnotení likvidnosti komerčných bánk. Podľa internetovej databázy Svetovej banky (<https://data.worldbank.org>) v období I priemerná hodnota ukazovateľa LTD slovenského bankového sektora bola 0,7340, kým v období II to bolo už 0,9745 (čomu zodpovedá nárast o 32,78 %). Na jednej strane konkurenčná štruktúra počas oboch období v slovenskom bankovom sektore stagnovala a zostávala bez výrazných zmien. Na druhej strane v období II aj vplyvom nízkych úrokových sadzieb nastal pochopiteľný odklon od klientskych depozít (keďže ich lukratívnosť a predajnosť prudko poklesli) a ponuka bankových služieb sa zacielenila na úverové produkty (ako hlavný faktor dosahovania uspokojivých úrokových marží a neúrokových výnosov). Zmena produktovej politiky diktovaná bankami neovplyvniteľnými trendmi makro prostredia a tiež spoločensky podmieneným dopytom domácností po úverovom financovaní (najmä ohľadom financovania bývania či refinancovania existujúcich úverov) takto zatlačili na posun hranice produkčných možností (komponent  $TCH > 1$  pre jednotlivé banky) a vlastne na celkový nárast produktivity finančnej intermediácie. Tieto skutočnosti sú doložené aj v tabuľke 2, ktorá pre tri parciálne ukazovatele produktivity zodpovedajúce zvolenému produkčnému modelu zobrazuje priemernú hodnotu za obe obdobia a tiež zodpovedajúci index zmeny. Medzi obdobím I a II možno spravidla pozorovať nárast produktivity v jednotlivých parciálnych oblastiach (teda schopnosti pracovnej sily a fixných aktív obsluhovať úvery, ako aj schopnosti depozít financovať úvery), hoci medzi bankami sa prejavujú evidentné rozdiely v prevádzkových modeloch a možnosti ich optimalizovať. Pre väčšinu bánk je badateľný nárast produktivity práce pri poskytovaní úverov (s výnimkou ING a JT), ale taktiež nárast ukazovateľa LTD (s výnimkou JT, PRIMA a OTP). Pritom banky OTP a PRIMA sú banky, pre ktoré bol zistený pokles celkovej produktivity. Okrem toho tabuľka 2 dokazuje, že výrazný nárast produktivity KOBA pramení z nárastu úverovej aktivity (ide o pobočku zahraničnej banky, ktorá sa orientuje na klientelu svojej materskej banky podnikajúcu na Slovensku) a že horšia pozícia JT medzi obdobiami v oblasti relatívnej technickej efektívnosti a lokálnych prevádzkových podmienok je zrejme spojená s rezervami v oblasti riadenia pracovnej sily a samotného vzťahu depozít a úverov. Navzdory tomu niektoré súvislosti nie sú z tabuľky čitateľné, čo súvisí s tým, že hodnoty indexov  $HM$ ,  $MI$ , resp. jednotlivých komponentov, sú určované komparatívne vo vzťahu k výsledkom ostatných (všetkých) bánk v súbore.

Tabuľka 2 a aj doterajšia analýza v súlade s uznaným ekonomickým chápaním poníma produktivitu na báze objemových veličín a neprepája ju so schopnosťou generovať zisk (čo by už bol posun k alokačnej stránke produkčného procesu). Samozrejme, aj technická aj alokačná stránka sú navzájom prepojené. Napríklad pri ďalšej analýze sa dá zistiť, že OTP a PRIMA patria medzi banky, ktoré počas sledovaných rokov 2005–2016 mali veľmi vysoké prevádzkové náklady vo vzťahu k dosahovaným prevádzkovým výnosom.

V kontexte nepriaznivého vývoja v oblasti technickej efektívnosti a lokálnych podmienok je zaujímavá aj skutočnosť, že v polovici roka 2017 PRIMA uskutočnila fúziu so SBER.

**Tabuľka 2 | Porovnanie parciálnych ukazovateľov produktivity medzi obdobiami**

Banka	Úvery na zamestnanca			Úvery k fixným aktíva			Úvery k depozitám		
	obdobie I	obdobie II	index	obdobie I	obdobie II	index	obdobie I	obdobie II	index
<b>ČSOB</b>	999	1 435	1,436	25	55	2,249	0,780	0,889	1,139
<b>ING</b>	3 883	3 775	0,972	629	798	1,268	0,582	0,717	1,232
<b>JT</b>	5 906	4 448	0,753	625	1 439	2,303	1,792	1,029	0,574
<b>KOBA</b>	1 972	13 558	6,875	99	2 676	26,902	1,339	4,408	3,292
<b>OTP</b>	1 227	1 465	1,194	32	35	1,083	1,254	0,961	0,766
<b>POBA</b>	566	1 480	2,615	15	59	3,883	0,395	0,529	1,339
<b>PRIMA</b>	1 469	1 879	1,279	32	70	2,205	1,215	0,994	0,818
<b>PRIVAT</b>	904	1 207	1,335	56	137	2,438	0,470	0,503	1,071
<b>SBER</b>	1 179	1 845	1,565	24	54	2,263	0,861	0,966	1,121
<b>SLSP</b>	871	1 677	1,925	18	36	1,951	0,648	0,821	1,266
<b>TATRA</b>	1 147	1 767	1,541	47	73	1,546	0,696	0,880	1,264
<b>UNICB</b>	1 591	2 625	1,649	35	80	2,282	1,039	1,135	1,093
<b>VUB</b>	962	1 846	1,920	17	44	2,636	0,700	0,967	1,382

Poznámka: Ukazovateľ „úvery na zamestnanca“ je denominovaný v tis. € na jedného zamestnanca a odvodený od prepočítaného priemerného ročného evidenčného počtu zamestnancov a ostatné dva ukazovatele sú bezrozmerné násobky. Všetky monetárne položky (fixné aktíva, depozitá a úvery) boli prepočítané implicitným cenovým deflátorom k cenám roku 2005.

Zdroj: vlastné spracovanie

## Záver

Článok sa zaoberá možnosťami merania vývoja produktivity v situáciách, keď sa porovnávajú dve obdobia pozostávajúce viacerých rokov (resp. iných časových úsekov) a je potrebné aj stanoviť zdroje tohto vývoja. Článok predkladá konzistentnú metodiku pre meranie zmien v produktivite medzi viacročnými obdobiami. I keď článok skĺbuje navrhnutú metodiku s Hicksovým-Moorstenovým indexom a na zisťovanie zdrojov vývoja produktivity si osvojuje dekompozíciu Diewerta a Foxa, metodika je všeobecná a dovoľuje zovšeobecnenie pre celú indexnú analýzu. Navrhovanú metodiku článok aplikuje na zistenie smeru vývoja produktivity v slovenskom bankovom sektore z normatívneho pohľadu finančnej intermediácie za obdobie rokov 2005–2016. Patrí do malej skupiny

štúdií, ktoré využívajú výhody Hicksovho-Moorsteenov indexu oproti štandardnému Malmquistovmu indexu, a je prvým článkom, ktorý ním analyzuje vývoj slovenského bankového sektora. Konkrétne prínosy článku možno preto vidieť pre ekonomickú teóriu aj prax v troch základných aspektoch. Prvé dva prínosy sú v metodologickej rovine, kým tretí prínos je skôr empirický.

Prvým prínosom je zdôraznenie Hicksovho-Moorsteenovho indexu ako vhodnej alternatívy k Malmquistovmu indexu pri meraní produktivity. Hoci boli navrhnuté viaceré indexy, v súčasnosti dominuje Malmquistov index, a to i napriek ťažkostiam, ktoré sú spojené s jeho použitím. Jednak štandardný Malmquistov index nespĺňa niektoré požadované axiomatické požiadavky a jeho použitie *ipso facto* navodzuje pochybnosti, či je adekvátnym nástrojom na meranie produktivity. Jednak štandardný Malmquistov index je postihnutý potenciálnym problémom neriešiteľnosti. Navzdory tomu Hicksov-Moorsteenov index nie je problémom neriešiteľnosti zaťažený bez ohľadu na voľbu podkladovej technológie a ani pri praktickej implementácii obalovou analýzou údajov. Ide o axiómu determinovateľnosti (všeobecnej spočítateľnosti, resp. správnejšie odhadnuteľnosti), ktorú Malmquistov index nespĺňa, ale Hicksov-Moorsteenov index áno (Briec a Kerstens, 2011). Problém nedeterminovateľnosti sa ale stále môže prejavíť pri dekompozícii Hicksovho-Moorsteenovho podľa metodiky Diewerta a Foxa (2017), ako aj pri inej metodike, pretože komponenty indexu zodpovedajúce technologickému pokroku a zmene schopnosti dosahovať výnosy z rozsahu. Toto sa prejavilo aj pri bankovej aplikácii metodiky, keď pre 13 bánk bolo spočítateľných 308 párových hodnôt Hicksovho-Moorsteenovho indexu medzi obdobiami, ale iba 228 párových hodnôt komponentov *TCH* a *RTSCH*.

Druhým prínosom je zavedenie metodiky pre meranie zmeny v produktivite medzi dvoma obdobiami pozostávajúcimi typicky z viacerých rokov (alebo potenciálne iných čiastkových časových úsekov). V takýchto situáciách je možné vytvoriť páry produkčných aktivít tej istej jednotky navzájom medzi všetkými rokmi oboch období a stanoviť Hicksov-Moorsteenov index a jeho komponenty obvyklým spôsobom a následne ich zhrnúť geometrickým priemerom. Táto metodika má štyri užitočné vlastnosti. Prvou je, že je zovšeobecnením klasického prípadu merania vývoja produktivity medzi dvoma rokmi. Keď oba obdobia pozostávajú iba z jedného roku (alebo iného čiastkového časového úseku), metodika prechádza na klasický prípad. Ďalšou vlastnosťou je možnosť porovnania párových hodnôt indexu a jeho komponentov s vypočítanými priemernými hodnotami na získanie osvedčenia o dôveryhodnosti informácie poskytovanej o vývoji produktivity a jej zdrojoch. Príkladom sú grafické znázornenia na obrázku 2. Treťou vlastnosťou je čiastočná imúnosť voči neúplnosti alebo absencii údajov o produkčnej aktivite v niektorom roku. Pokiaľ sledovaná jednotka uskutočnila v oboch obdobiach aspoň po jednej produkčnej aktivite, je možné stále získať náhľad o vývoji produktivity, a v prípade absencie stačí pracovať s produkčnými aktivitami, ktoré sú k dispozícii. Štvrtou vlastnosťou je čiastočná rezistencia voči neriešiteľnosti, ktorá je relevantná pri stanovovaní komponentov *TCH* a *RTSCH*. V prípade, že niektorá párová hodnota komponentov *TCH* a *RTSCH* nie je pre neriešiteľnosť dostupná, je nutné ju pri počítaní geometrického

priemeru zanedbať. Samozrejme, táto rezistencia zlyháva v situáciách, keď pre niektorú jednotku nie je spočítateľná žiadna párová hodnota. Táto situácia nastala v prípade SLSP.

Tretím prínosom sú poznatky o vývoji produktivity v poskytovaní finančnej intermediácie slovenským bankovým sektorom medzi obdobím rokov 2005–2008 (integračné obdobie) a obdobím rokov 2009–2016. Pri zvolení štandardného modelu bankovej produkcie v duchu intermediačného prístupu (pracovná sila, fixné aktíva a depozitá transformované na úvery) sa zistilo, že produktivita slovenského bankového sektora sa zvýšila a že spomedzi 13 sledovaných komerčných bánk iba dve zaznamenali zostup v produktivite. Charakteristickým prvkom celkového vývoja bol globálny posun technologickej hranice, ktorý bol hlavným zdrojom nárastu pre 8 komerčných bánk. Pre dve komerčné banky, ktorých produktivita medzi obdobiami poklesla, kľúčovým faktorom bol pokles relatívnej technickej efektívnosti vo finančnej intermediácii. Z praktického hľadiska to znamená, že napriek veľkej recesii, ktorá zasiahla druhé vymedzené obdobie, slovenský bankový sektor dokázal v porovnaní s predošlým integračným obdobím presúvať viac depozít smerom do úverov a jeho zamestnanci a používané fixné aktíva dosahovali obsluhovať úvery vo vyššom objeme. Tieto poznatky sú cenné vzhľadom na makroekonomickú funkciu komerčných bánk, keďže indikujú spoľahlivosť slovenského bankového sektora a jeho schopnosť produktívnejšie využívať prijímané depozitá. Kým ešte počas prvého vymedzeného obdobia sa banky usilovali udržovať depozitá na relatívne vysokej úrovni, v druhom období vysoké objemy depozit začali byť vnímané ako problém, keďže ich nedokázali efektívne využiť a zhodnotiť. Tomuto vývoju zjavne napomohol aj vývoj slovenskej ekonomiky, v ktorej dominoval vysoký dopyt po úveroch spôsobený poklesom úrokových mier na úvery, rast reálnych miezd či pozvoľný pokles nezamestnanosti.

## Literatúra

- Ahn, H., Le, M. H. (2014). An insight into the specification of the input-output set for DEA-based bank efficiency measurement. *Management Review Quarterly*, 64(1), <https://doi.org/10.1007/s11301-013-0098-9>
- Baležentis, T. (2015). The Sources of the Total Factor Productivity Growth in Lithuanian Family Farms: a Färe-Primont Index Approach. *Prague Economic Papers*, 24(2), <https://doi.org/10.18267/j.pep.510>
- Balk, B. M. (2001). Scale Efficiency and Productivity Change. *Journal of Productivity Analysis*, 15(3), <https://doi.org/10.1023/A:1011117324278>
- Bjurek, H. (1996). The Malmquist Total Factor Productivity Index. *The Scandinavian Journal of Economics*, 98(2), 303–313, <https://doi.org/10.2307/3440861>
- Boda, M. (2017). Stochastic Sensitivity Analysis of Concentration Measures. *Central European Journal of Operations Research*, 25(2), 441–471, <https://doi.org/10.1007/s10100-016-0465-4>
- Boda, M., Zimková, E. (2017). Malmquist Index Analysis of the Recent Development of the Slovak Banking Sector from Two Different Angles. *Economic Change and Restructuring*, 50(2), 95–131, <https://doi.org/10.1007/s10644-016-9183-0>
- Bogetoft, P., Otto, L. (2015). *Benchmarking: Benchmark and Frontier Analysis Using DEA and SFA*. Knihnica programu R, verzia 0.26. Dostupné z: <https://CRAN.R-project.org/package=Benchmarking>



- Briec, W., Kerstens, K. (2011) The Hicks–Moorsteen Productivity Index Satisfies the Determinateness Axiom. *The Manchester School*, 79(4), 765–775, <https://doi.org/10.1111/j.1467-9957.2010.02169.x>
- Caves, D. W., Christensen, L. R., Diewert, W. E. (1982). The Economic Theory of Index Numbers and the Measurement of Input, Output, and Productivity. *Econometrica*, 50(6), 1393–1414, <https://doi.org/10.2307/1913388>
- Debreu, G. (1959). *Theory of Value: an Axiomatic Analysis of Economic Equilibrium*. New Haven, London: Yale University Press, 2008 (reprint). ISBN 978-0300015591.
- Diewert, W. E. (1992). Fisher Ideal Output, Input, and Productivity Indexes Revisited. *Journal of Productivity Analysis*, 3(3), 211–248, <https://doi.org/10.1007/bf00158354>
- Diewert, W. E., Fox, K. J. (2017). Decomposing Productivity Indexes into Explanatory Factors. *European Journal of Operational Research*, 256(1), 275–291, <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2016.05.043>
- Dráb, R., Kočíšová, K. (2017). Change in Technical Efficiency in Case of Slovak Banks, in Emrouznejad, A. et al., eds., *Recent Applications of Data Envelopment Analysis. Proceedings of the 15th International Conference of DEA*, pp. 57–63. ISBN 978-1-85449-433-7.
- Duygun Fethi, M., Pasiouras, F. (2010). Assessing Bank Efficiency and Performance with Operational Research and Artificial Intelligence Techniques: A Survey. *European Journal of Operational Research*, 204(2), 189–198, <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2009.08.003>
- European Central Bank (2014). *Aggregate Report on the Comprehensive Assessment*. European Central Bank, October 2014. Dostupné z: <https://www.bankingsupervision.europa.eu/banking/comprehensive/2014/html/index.en.html>
- Färe, R., Grosskopf, S., Margaritis, D. (2008). Efficiency and Productivity: Malmquist and More, in Fried, H. O., Lovell, C. A. K., Schmidt, S. S., eds., *The Measurement of Productive Efficiency and Productivity Growth*. New York. Oxford University Press, pp. 522–622, <https://doi.org/10.1093/acprof:oso/9780195183528.003.0005>
- Färe, R., Lovell, C. A. K. (1978). Measuring the Technical Efficiency of Production. *Journal of Economic Theory*, 19(1), 150–162, [https://doi.org/10.1016/0022-0531\(78\)90060-1](https://doi.org/10.1016/0022-0531(78)90060-1)
- Grosskopf, S. (2003). Some Remarks on Productivity and its Decompositions. *Journal of Productivity Analysis*, 20(3), <https://doi.org/10.1023/A:1027364119672>
- Hančlová, J., Staníčková, M. (2012). Assessment of the Visegrad Countries Performance by Application of the DEA based Malmquist Productivity Index, in Pavelková, D. et al., eds., *Advances in Economics, Risk Management, Political and Law Science. Proceedings of the 1st WSEAS International Conference on Economics, Political and Law Science (EPLS, 12)*. Zlín: WSEAS Press, pp. 47–52. ISBN 978-1-61804-123-4.
- Havránek, T., Iršová, Z., Lešanovská, J. (2016). Bank Efficiency and Interest Rate Pass-through: Evidence from Czech Loan Products. *Economic Modelling*, 54, 153–169, <https://doi.org/10.1016/j.econmod.2016.01.004>
- Kočíšová, K. (2013). Meranie efektívnosti v slovenskom bankovom sektore: DEA a Malmquistov index. *Ekonomické spektrum*, 8(2), 39–50.
- Kostlivý, V., Fuksová, Z., Dubec, J. (2017). Farms Productivity Developments Based on Malmquist Production Indices. *AGRIS on-line Papers in Economics and Informatics*, 9(2), 91–100, <https://doi.org/10.7160/aol.2017.090208>
- Kubíčková, D., Jidničková, I. (2015). *Finanční analýza a hodnocení výkonnosti firmy*. Praha: C. H. Beck. ISBN 978-80-7400-538-1.

- Lojschová, A. (2017). *Did quantitative easing boost bank lending? The Slovak experience*. Bratislava: Národná banka Slovenska. Working Paper No. 1/2017. Dostupné z: <https://www.nbs.sk/sk/publikacie/publikacie-vyskumu>
- McFadden, D. (1978). Cost, Revenue, and Profit Functions, in Fuss, M., McFadden, D., eds., *Production Economics: a Dual Approach to Theory and Applications. Volume I: the Theory of Production*. Amsterdam: North-Holland, pp. 3–109.
- Národná banka Slovenska (2005–2016). *Analýzy slovenského finančného sektora*. Bratislava: Národná banka Slovenska. Dostupné z: <https://www.nbs.sk/sk/publikacie/analyzy-slovenskeho-financneho-sektora>
- O'Donnell, C. J. (2012). An Aggregate Quantity Framework for Measuring and Decomposing Productivity Change. *Journal of Productivity Analysis*, 38(3), 255–272, <https://doi.org/10.1007/s11223-012-0275-1>
- Palečková, I. (2017). Efficiency Change of Banking Sectors and Banks in the Financial Conglomerates in Visegrad Group Countries. *Ekonomický časopis*, 65(1), 79–92.
- Pastor, J. T., Ruiz, J. L., Sirvent, I. (1999). An Enhanced DEA Russell Graph Efficiency Measure. *European Journal of Operational Research*, 115(3), 596–607, [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(98\)00098-8](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(98)00098-8)
- Podpiera, J., Weill, L. (2008). Bad Luck or Bad Management? Emerging Market Experience. *Journal of Financial Stability*, 4(2), 135–148, <https://doi.org/10.1016/j.jfs.2008.01.005>
- Portela, M. C. A. S., Thanassoulis, E. (2005). Profitability of a Sample of Portuguese bank Branches and its Decomposition into Technical and Allocative Components. *European Journal of Operational Research*, 162(3), 850–866, <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2003.10.018>
- Pruteanu-Podpiera, A., Schobert, F., Weill, L. (2008). Banking Competition and Cost Efficiency: A micro-data Analysis on the Czech Banking Industry. *Comparative Economic Studies*, 50(2), 253–273, <https://doi.org/10.1057/palgrave.ces.8100248>
- R Core Team (2017). *R: a Language and Environment for Statistical Computing*. Vienna: R Foundation for Statistical Computing. Dostupné z: <http://www.r-project.org/>
- Raguseo, D., Kuvíková, H. (2010). Malmquist Index and Efficiency Score for the CEECs' Welfare Sector. *Ekonomický časopis*, 58(3), 221–236.
- Řepková, I. (2012). Measuring the Efficiency in the Czech Banking Industry: Data Envelopment Analysis and Malmquist Index, in Ramík, J., Stavárek, D., eds., *Proceedings of 30th international conference Mathematical Methods in Economics*. Karviná: Slezská univerzita v Opavě, Obchodně-podnikatelská fakulta v Karviné. ISBN 978-80-7248-779-0.
- Szpyrc, M., Novota, D. (2013). Bazilejské dohody o kapitáli a kapitálová primeranosť bánk v SR. *Biatec*, 21(7), 24–27.
- Tulkens, H. (1993). On FDH Efficiency Analysis: Some Methodological Issues and Applications to Retail Banking, Courts, and Urban Transit. *Journal of Productivity Analysis*, 4(1–2), 183–210, <https://doi.org/10.1007/BF01073473>
- Wilson, P. W. (1993). Detecting Outliers in Deterministic Nonparametric Frontier Models with Multiple Outputs. *Journal of Business and Economic Statistics*, 11(3), 319–323, <https://doi.org/10.2307/1391956>
- Zofio, J. L., Lovell, C. A. K. (2001). Graph Efficiency and Productivity Measures: an Application to US Agriculture. *Applied Economics*, 33(11), 1433–1442, <https://doi.org/10.1080/00036840010009865>