

ČASOVÉ ŘADY MĚSÍČNÍ A ROČNÍ MÍRY INFLACE A JEJICH VLASTNOSTI

Josef Arlt, Milan Bašta, Vysoká škola ekonomická v Praze*

1. Úvod

Jedním z nejpoužívanějších termínů ekonomické teorie a praxe je inflace. Je všeobecně známé, že základem Českým statistickým úřadem publikovaných měř inflace je index spotřebitelských cen definovaný jako Laspeyresův cenový index ve formě

$$ISC_t = \frac{p_t q_B}{p_B q_B}, \quad (1)$$

kde p_t je cena zboží (služby) ve sledovaném (běžném) měsíci, p_B je cena zboží (služby) v základním období, $p_B q_B$ jsou výdaje za zboží (službu) v základním období. Index spotřebitelských cen charakterizuje vývoj cenové úrovně.

Často jsou v praxi používány měsíční a roční míra inflace. *Měsíční míru inflace* charakterizující přírůstek indexu spotřebitelských cen k předchozímu měsíci lze vyjádřit jako tzv. meziměsíční koeficient růstu řady ISC_t , tj.

$$MI_{m,t} = \frac{ISC_t}{ISC_{t-1}}. \quad (2)$$

Roční míru inflace charakterizující přírůstek indexu spotřebitelských cen ke stejnému měsíci minulého roku lze vyjádřit jako tzv. meziroční koeficient růstu řady ISC_t , tj.

$$MI_{r,t} = \frac{ISC_t}{ISC_{t-12}}. \quad (3)$$

Roční míra inflace je klouzavým úhrnem měsíčních měř inflace a lze ji vyjádřit vztahem

$$MI_{r,t} = \prod_{i=0}^{11} MI_{m,t-i}, \quad (4)$$

kde \prod označuje součin.

* Studie vznikla za podpory grantu GA ČR 402/06/0209.

Měsíční a roční míru inflace lze chápat jako míry dynamiky základního ukazatele cenové úrovně, tj. indexu spotřebitelských cen. Tyto míry znamenají modifikaci původní informace. Podle našeho názoru je důležité vědět, jakou mají tyto modifikace formu, zda dochází ke ztrátě informace či k její deformaci. V následujících částech budeme analyzovat odlišnosti časových řad indexu spotřebitelských cen, měsíční a roční míry inflace z hlediska jejich frekvenčního obsahu a vzájemného zpoždění. K této analýze použijeme teorii lineární filtrace a její reprezentaci ve frekvenční doméně. Jedná se o standardní relativně známou metodologii, která je v literatuře dobře popsána. V tomto článku budeme vycházet zejména z práce Percival, Walden (2000).

S pomocí výše uvedené metodologie budeme analyzovat následující:

1. Příspěvek různých frekvencí do časových řad ISC_t , $MI_{m,t}$ a $MI_{r,t}$. Přitom uvidíme, jak jsou postupně při přechodu $ISC_t \rightarrow MI_{m,t} \rightarrow MI_{r,t}$ modifikovány trend a sezónnost.
2. Zpoždění informace při přechodu od časové řady $MI_{m,t}$ k časové řadě $MI_{r,t}$. Protože časové řady $MI_{m,t}$ a $MI_{r,t}$ nesou jinou informaci než časová řada ISC_t , nemá jejich porovnání z hlediska zpoždění informace praktickou interpretaci, takže ho nebudeme provádět. Zavedeme však řadu tzv. okamžité míry inflace a posoudíme zpoždění informace při přechodu od této řady k řadám $MI_{m,t}$ a $MI_{r,t}$.

2. Index spotřebitelských cen, měsíční a roční míra inflace

2.1 Transformace logaritmováním a lineární filtrace

Časové řady ISC_t , $MI_{m,t}$ a $MI_{r,t}$ obsahují kladné hodnoty, takže existuje jejich logaritmus

$$LISC_t = \ln ISC_t, \quad (5)$$

$$LMI_{m,t} = \ln MI_{m,t} = LISC_t - LISC_{t-1}, \quad (6)$$

$$LMI_{r,t} = \ln MI_{r,t} = \ln \prod_{i=0}^{11} MI_{m,t-i} = \sum_{i=0}^{11} LMI_{m,t-i}. \quad (7)$$

Platí rovněž

$$LMI_{r,t} = \sum_{i=0}^{11} (LISC_{t-i} - LISC_{t-i-1}) = LISC_t - LISC_{t-12}. \quad (8)$$

Přechod od časové řady ISC_t k časové řadě $MI_{m,t}$ je ekvivalentní posloupnosti transformací: logaritmování, lineární filtrace¹⁾ na základě rovnice (6) a aplikace inverzního logaritmu (exponenciely). Symbolicky lze tedy psát

$$\begin{array}{ccc} ISC_t & \xrightarrow{\text{transformace 1}} & MI_{m,t} \\ \ln & & \exp \\ LISC_t & \xrightarrow{\text{lin. filtrace 1}} & LMI_{m,t}. \end{array} \quad (9)$$

¹ Lineární filtrace časové řady h_t filtrem g_t je definována jako cyklická konvoluce $g * h_t = \sum_{m=0}^{N-1} h_m g_{t-m \bmod N} = \sum_{m=0}^{N-1} g_m h_{t-m \bmod N}$, $t = 0, 1, \dots, N-1$. Operace $t-m \bmod N$ představuje zbytek po celočíselném dělení čísla $t-m$ číslem N .

„Lineární filtrace 1“ je zprostředkována filtrem

$$a_t = \begin{cases} 1, & t = 0 \\ 1, & t = 1 \\ 0, & \text{jinak.} \end{cases} \quad (10)$$

Přechod od časové řady $MI_{m,t}$ k časové řadě $MI_{r,t}$ je ekvivalentní posloupnosti transformací: logaritmování, lineární filtrace na základě rovnice (7) a aplikace inverzního logaritmu (exponenciely). Symbolicky

$$\begin{array}{ccc} MI_{m,t} & \xrightarrow{\text{transformace 2}} & MI_{r,t} \\ \ln & & \exp \\ LMI_{m,t} & \xrightarrow{\text{lin. filtrace 2}} & LMI_{r,t}. \end{array} \quad (11)$$

„Lineární filtrace 2“ je zprostředkována filtrem

$$b_t = \begin{cases} 1, & t = 0, 1, \dots, 11 \\ 0, & \text{jinak.} \end{cases} \quad (12)$$

Přechod od časové řady ISC_t k časové řadě $MI_{r,t}$ je ekvivalentní posloupnosti transformací: logaritmování, lineární filtrace na základě rovnice (8) a aplikace inverzního logaritmu (exponenciely). Symbolicky

$$\begin{array}{ccc} ISC_t & \xrightarrow{\text{transformace 3}} & MI_{r,t} \\ \ln & & \exp \\ LISC_t & \xrightarrow{\text{lin. filtrace 3}} & LMI_{r,t}. \end{array} \quad (13)$$

„Lineární filtrace 3“ je zprostředkována konvolucí filtrů a_t a b_t , tj.

$$c_t = \begin{cases} 1, & t = 0 \\ a_t b_t, & t = 1, 2 \\ 0, & \text{jinak.} \end{cases} \quad (14)$$

2.2 Frekvenční odezvy lineárních filtrů a jejich vlastnosti

V této části budou uvedeny formy a vlastnosti frekvenčních odezev $A(f)$, $B(f)$, $C(f)$ a amplitudových odezev $|A(f)|$, $|B(f)|$, $|C(f)|$ (např. Percival, Walden, 2000, s. 20–40) filtrů a_t , b_t a c_t daných rovnicemi (10), (12) a (14).

Filtr a_t

$$A(f) = \int_0^1 a_t \exp(i2\pi ft) dt = \frac{1 - \exp(i2\pi f)}{i2\pi f}, \quad 0 < f < 0,5, \quad (15)$$

$$|A(f)| = |1 - \exp(-i2\pi f)| = 2|\sin(\pi f)|, \quad 0 < f < 0,5, \quad (16)$$

$$|A(f)|^2 = 4\sin^2(\pi f), \quad 0 < f < 0,5. \quad (17)$$

Průběh $|A(f)|$ je zachycen na obrázku 1. Tato funkce je nulová v bodě $f=0$ a pro vyšší hodnoty f monotónně roste. Filtr a_t tedy propouští především vysoké frekvence.

Filtr b_t

$$B(f) = \int_0^{1/2} \exp(i2\pi ft) dt = \frac{\exp(i2\pi f/2) - 1}{i2\pi f}, \quad 0 < f < 0,5, \quad (18)$$

$$|B(f)| = \left| \frac{\exp(i2\pi f/2) - 1}{i2\pi f} \right| = \frac{1 - \cos(2\pi f)}{2\pi f} = \frac{1 - \cos(2\pi f)}{2\pi f} \approx \frac{1}{2} \frac{1 - \cos(2\pi f)}{\cos(2\pi f)}, \quad 0 < f < 0,5, \quad (19)$$

$$|B(f)|^2 = \frac{1 - \cos(2\pi f)}{2\pi f} \approx \frac{1 - \cos(2\pi f)}{2\pi f} \cos(2\pi f), \quad 0 < f < 0,5. \quad (20)$$

Průběh $|B(f)|$ je zachycen na obrázku 2. Tato funkce je nulová v bodech $f = k/12$, $k = 1, 2, \dots, 6$. Filtr b_t tedy potlačuje komponenty ve frekvenci $1/12$ a v jejich harmonických frekvencích. Vzhledem k tomu, že hodnoty $|B(f)|$ jsou výrazně vyšší pro nízké frekvence, tento filtr též propouští a výrazně zesiluje nízké frekvence.

Filtr c_t

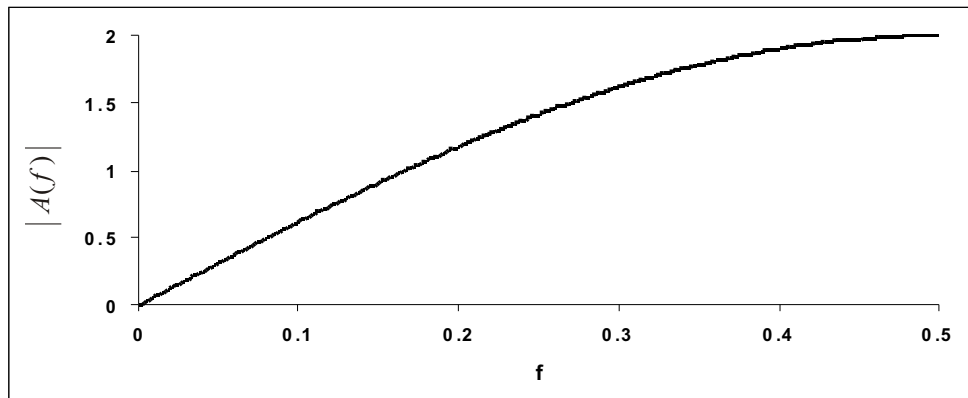
$$C(f) = A(f)B(f) = \frac{1 - \exp(i2\pi f)}{i2\pi f} \frac{\exp(i2\pi f/2) - 1}{i2\pi f}, \quad 0 < f < 0,5, \quad (21)$$

$$|C(f)| = |A(f)||B(f)| = 2|\sin(\pi f)| \frac{1 - \cos(2\pi f)}{2\pi f} = 2|\sin(\pi f)| \frac{1 - \cos(2\pi f)}{2\pi f} = 2|\sin(\pi f)| \frac{1 - \cos(2\pi f)}{2\pi f} \approx 2|\sin(\pi f)| \frac{1 - \cos(2\pi f)}{2\pi f} \cos(2\pi f), \quad 0 < f < 0,5, \quad (22)$$

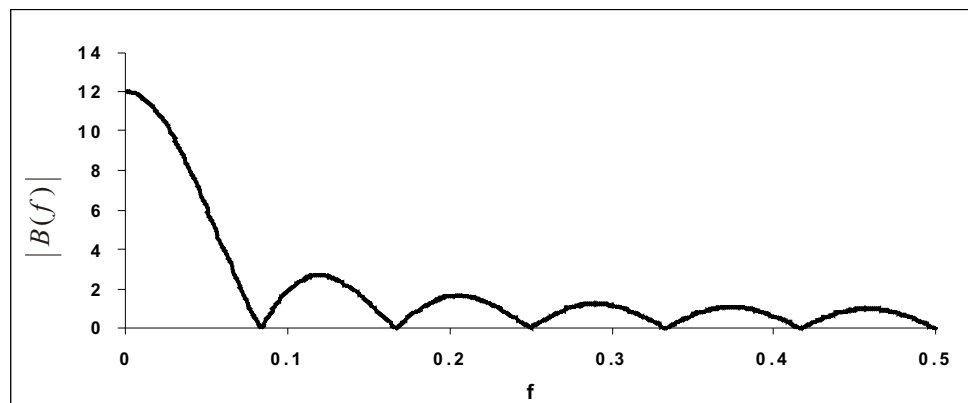
$$|C(f)|^2 = |A(f)|^2 |B(f)|^2 = 4\sin^2(\pi f) \frac{1 - \cos(2\pi f)}{2\pi f} \approx 4\sin^2(\pi f) \frac{1 - \cos(2\pi f)}{2\pi f} \cos(2\pi f), \quad 0 < f < 0,5. \quad (23)$$

Průběh $|C(f)|$ je zachycen na obrázku 3. Tato funkce je nulová v bodech $f = k/12$, $k = 0, 1, \dots, 6$. Filtr c_t tedy potlačuje komponenty ve frekvenci $1/12$ a v jejich harmonických frekvencích.

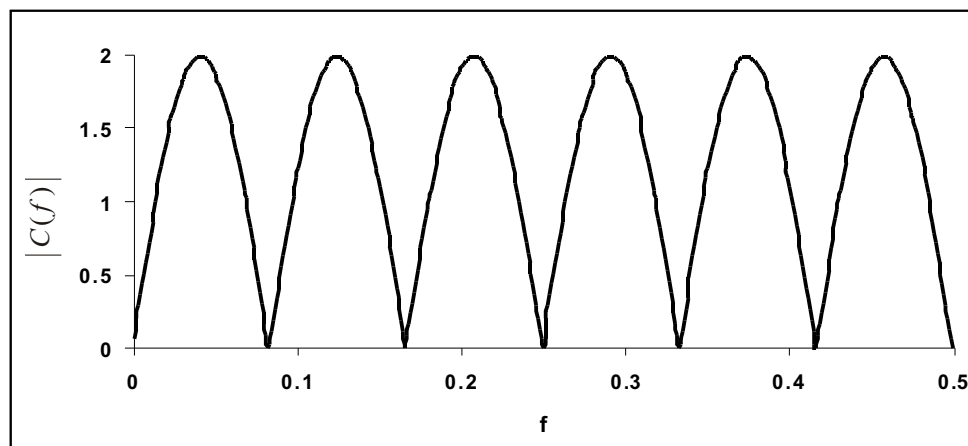
Obrázek 1
Amplitudová odezva $|A(f)|$



Obrázek 2
Amplitudová odezva $|B(f)|$



Obrázek 3
Amplitudová odezva $|C(f)|$



2.3 Model ISC_t a efekt logaritmické transformace

Budeme uvažovat následující dva modely stochastického procesu $\{ISC_t\}$:

$$\text{model I: } ISC_t = \exp(LISC_t), LISC_t = c + LISC_{t-1} + u_t, \quad (24)$$

$$\text{model II: } ISC_t = \exp(LISC_t), LISC_t = c + LISC_{t-12} + u_t. \quad (25)$$

V obou případech může $\{u_t\}$ představovat proces bílého šumu, MA, AR, ARMA nebo SARMA s nulovou střední hodnotou, c je konstanta.

Po logaritmování se stochastický proces (24) nazývá integrovaným procesem a označuje se jako I(1) (integrovaný řádu jedna). Pomocí operátoru zpoždění lze tento model za předpokladu, že $c = 0$ vyjádřit ve formě

$$(1 - B)LISC_t = u_t. \quad (26)$$

Jedná se o nestacionární proces obsahující *stochastický trend* (detailněji viz např. Arlt, Arltová, 2007).

Logaritmovaný model (25) se nazývá sezónně integrovaným procesem. Pomocí operátoru zpoždění lze tento model za předpokladu, že $c = 0$ vyjádřit jako

$$(1 - B^{12})LISC_t = u_t. \quad (27)$$

Polynom ve formě

$$(1 - B^{12}) = (1 - B)S(B) = (1 - B)(1 + B)(1 + B^2)(1 + B + B^2)(1 - B + B^2)(1 + \sqrt{3}B + B^2)(1 - \sqrt{3}B + B^2) \quad (28)$$

ukazuje, že tento proces obsahuje stochastický trend ale také sezónnost nestacionární formy. Označuje se jako SI(1,1), první jednička znamená přítomnost stochastického trendu, druhá jednička znamená tzv. sezónní integraci prvního řádu (detailněji viz např. Arlt, 1999; Arltová, 1999).

Oba výše uvedené modely jsou dostatečně obecné pro zachycení dynamiky indexu spotřebitelských cen. Proces (24) lze rovněž chápat jako sezónně očištěný proces (25). Pro ilustraci důsledků aplikace meziměsíčního, resp. meziročního koeficientu růstu budeme pro zjednodušení a bez ztráty obecnosti dále předpokládat, že $c = 0$.

Jedním z cílů práce je studium významu transformací ISC_t , $MI_{m,t}$, resp. $MI_{m,t}$, $MI_{r,t}$, resp. ISC_t , $MI_{r,t}$. Budeme ho studovat skrze transformace $LISC_t$, $LMI_{m,t}$, resp. $LMI_{m,t}$, $LMI_{r,t}$, resp. $LISC_t$, $LMI_{r,t}$ ve frekvenční doméně, tj. skrze lineární filtraci ve frekvenční doméně. Předpokládáme tedy, že dílčí transformace odpovídající logaritmování a inverznímu logaritmování (viz diagramy (9), (11) a (13)) nehrají v aspektech analýzy celé transformace zásadní roli a že „vše důležité“ se odehrává během lineární filtrace. Podpořme tento předpoklad následující analýzou.

Při platnosti modelu I

$$MI_{m,t} = \frac{ISC_t}{ISC_{t-1}} = \frac{\exp(LISC_t)}{\exp(LISC_{t-1})} = \exp(LISC_t - LISC_{t-1}) = \exp(u_t). \quad (29)$$

Vzhledem k tomu, že proces $\{u_t\}$ je stacionární s nulovou nepodmíněnou střední hodnotou a konstantním rozptylem, je proces $\{MI_{m,t}\}$ rovněž stacionární s jednotkovou

nepodmíněnou střední hodnotou a konstantním rozptylem. Je rovněž zřejmé, že při platnosti modelu I platí vztah

$$LMI_{m,t} = \ln \frac{ISC_t}{ISC_{t-1}} = LISC_t - LISC_{t-1} = u_t, \quad (30)$$

což znamená, že proces $\{LMI_{m,t}\}$ je stacionární s nulovou nepodmíněnou střední hodnotou a konstantním rozptylem.

Pro $c/d = 1 + \epsilon$ (kde ϵ je blízké nule s omezením $|\epsilon| < 1$) platí

$$\ln(c/d) = \ln(1 + \epsilon) = -1/2 \epsilon^2 + 1/3 \epsilon^3 + \dots \quad (31)$$

Protože pro malé hodnoty ϵ je možné členy vyššího řádu zanedbat, lze psát

$$\ln(c/d) \approx \ln(1 + \epsilon) \approx \epsilon. \quad (32)$$

Za předpokladu modelu I při dostatečně malém rozptylu procesu $\{u_t\}$ tedy

$$LMI_{m,t} = \ln \frac{ISC_t}{ISC_{t-1}} = \ln \left(1 + \exp(u_t) - 1 \right) \approx MI_{m,t}. \quad (33)$$

Dále platí

$$\begin{aligned} MI_{r,t} &= \frac{ISC_t}{ISC_{t-12}} = \exp(LISC_t - LISC_{t-12}) = \\ &= \exp(LISC_t - LISC_{t-1}) (LISC_{t-1} - LISC_{t-2}) \dots (LISC_{t-11} - LISC_{t-12}) \\ &= \exp(u_t - u_{t-1} - u_{t-2} - \dots - u_{t-11}). \end{aligned} \quad (34)$$

Proces $\{MI_{r,t}\}$ lze tedy chápat jako klouzavý úhrn procesu $\{MI_{m,t}\}$ délky 12. Jedná se stále o stacionární proces, který má jednotkovou nepodmíněnou střední hodnotu a konstantní rozptyl. Tento rozptyl je však výrazně vyšší než u procesu (29) (např. Arlt, Arltová, 2007, s. 39). Logaritmovanou roční míru inflace lze za stejného předpokladu modelu I vyjádřit jako

$$LMI_{r,t} = \ln \frac{ISC_t}{ISC_{t-12}} = \ln \left(1 + \exp(u_t - u_{t-1} - \dots - u_{t-11}) - 1 \right). \quad (35)$$

Protože však hodnoty procesu $\exp(u_t - u_{t-1} - \dots - u_{t-11}) - 1$ mohou být výrazně odlišné od nuly, není možné předpokládat, že pro roční míru inflace platí vztah analogický vztahu (33), tj. že logaritmus roční míry inflace lze vyjádřit přibližně jako roční míru inflace minus 1.

Z uvedených faktů vyplývá, že za předpokladu modelu I přechod od nestacionární ke stacionární časové řadě při transformaci $ISC_t \rightarrow MI_{m,t}$, resp. $ISC_t \rightarrow MI_{r,t}$ nemůže nastat během dílčí transformace odpovídající logaritmování, nebo časová řada $LISC_t$ je stále nestacionární (viz rovnice (24)), ani v dílčí transformaci odpovídající inverznímu logaritmování, která již jen převádí stacionární řadu $LMI_{m,t}$, resp. $LMI_{r,t}$ na stacionární řadu $MI_{m,t}$, resp. $MI_{r,t}$. Je to tedy dílčí část transformace, odpovídající lineární filtraci, ve které musí nastat odstranění nestacionarity v časové řadě ISC_t . V případě transformace $MI_{m,t} \rightarrow MI_{r,t}$ za předpokladu modelu I lze uvažovat následujícím způsobem: pokud by

hypoteticky hodnoty procesu $\exp(u_t, u_{t-1}, \dots, u_{t-11}) - 1$ byly blízké nule, bylo by možné pro roční míru inflace psát vztah analogický vztahu (33). Za těchto okolností by frekvenční obsah časových řad $MI_{m,t}$ a $MI_{r,t}$ byl totožný s frekvenčním obsahem časových řad $LMI_{m,t}$ a $LMI_{r,t}$ a studium transformace $MI_{m,t} \rightarrow LMI_{m,t}$ a $MI_{r,t} \rightarrow LMI_{r,t}$ ve frekvenční doméně by bylo ekvivalentní studiu transformace $LMI_{m,t} \rightarrow MI_{m,t}$ a $LMI_{r,t} \rightarrow MI_{r,t}$. Vzhledem k tomu, že hodnoty procesu $\exp(u_t, u_{t-1}, \dots, u_{t-11}) - 1$ se mohou výrazně lišit od nuly (ale budou vždy konečné) je tato rovnost frekvenčních obsahů pouze přibližná.

Při platnosti modelu II platí

$$MI_{m,t} = \frac{ISC_t}{ISC_{t-1}} = \exp(LISC_t - LISC_{t-1}) = \exp(-1 - B - LISC_t) = \exp(S(B)^{-1}u_t). \quad (36)$$

Analogicky jako při podmínce modelu I má proces $\{MI_{m,t}\}$ jedničkovou nepodmíněnou střední hodnotu, není však stacionární, protože obsahuje jednotkové kořeny v sezónních frekvencích. Jeho nepodmíněný rozptyl je funkcí časové proměnné. Logaritmovanou měsíční míru inflace lze za předpokladu modelu II vyjádřit jako

$$LMI_{m,t} = \ln \frac{ISC_t}{ISC_{t-1}} = \ln \{1 + [\exp(S(B)^{-1}u_t) - 1]\}. \quad (37)$$

Vzhledem k tomu, že hodnoty procesu $\{[\exp(S(B)^{-1}u_t) - 1]\}$ jsou výrazně odlišné od nuly, není možné předpokládat, že při platnosti modelu II platí vztah (33). V případě modelu II

$$MI_{r,t} = \frac{ISC_t}{ISC_{t-12}} = \frac{\exp(LISC_t)}{\exp(LISC_{t-12})} = \exp(LISC_t - LISC_{t-12}) \exp(u_t). \quad (38)$$

Protože proces $\{u_t\}$ je stacionární s nulovou nepodmíněnou střední hodnotou, proces $\{MI_{r,t}\}$ je též stacionární s jedničkovou nepodmíněnou střední hodnotou. Za předpokladu modelu II při dostatečně malém rozptylu procesu $\{u_t\}$ lze vzhledem ke vztahům (31) a (32) psát

$$LMI_{r,t} = \ln \frac{ISC_t}{ISC_{t-12}} = \ln [1 + \exp(u_t) - 1] = \exp(u_t) - 1 = MI_{r,t} - 1. \quad (39)$$

Při platnosti modelu II je tedy časová řada $LMI_{m,t}$ nestacionární, obdobný charakter nestacionarity bude vykazovat i časová řada $MI_{m,t}$. Lze konstatovat, že dílčí transformace logaritmování a inverzního logaritmování nemění v tomto případě charakter nestacionarity v časové řadě. Odstranění nestacionarity při transformacích $ISC_t \rightarrow MI_{r,t}$ a $MI_{m,t} \rightarrow LMI_{r,t}$ musí nastat v části lineární filtrace.

Je-li proces stacionární, pak i logaritmus, resp. inverzní logaritmus tohoto procesu je stacionární, obsahuje-li proces určité „singularity“ (nestacionarity v různých frekvencích, tj. např. sezónnost integrovaného typu), potom logaritmovaný, resp. inverzně logaritmovaný proces je bude obsahovat také. Lze tedy shrnout, že rozhodující roli v kvalitativní změně příslušných procesů hraje efekt lineární filtrace. Navíc

logaritmickou transformaci bez ohledu na předpoklad modelu indexu spotřebitelských cen je vhodné použít proto, že jako linearizující transformace usnadní další úvahy.

3. Odlišnosti a zpoždění indexu spotřebitelských cen a měř inflace

3.1 Spektrum procesu $LISC_t$

Abychom mohli postupovat dále, je třeba analyzovat spektrum výchozího procesu $\{LISC_t\}$. Jak bylo výše uvedeno, při platnosti modelu I vede první diference procesu $\{LISC_t\}$ k procesu $\{u_t\}$. Spektrum procesu $\{LISC_t\}$ lze definovat jako spektrum procesu $\{u_t\}$ dělené kvadrátem amplitudové odezvy filtru a_t^2 , tj.

$$S_{LISC}^I(f) = \frac{S_u(f)}{|A(f)|^2}. \quad (40)$$

$|A(f)|^2$ je dáno vztahem (17). Spektrum $S_u(f)$ je konečné v libovolné frekvenci a spektrum $S_{LISC}^I(f)$ je nekonečné ve frekvenci $f=0$, protože v tomto bodě je funkce $|A(f)|^2$ nulová (obrázek 1). S přihlédnutím k rovnici (17) lze psát

$$|A(f)|^2 = 4\sin^2(\pi f) \sim f^2, \text{ pro malé } f. \quad (41)$$

Potom tedy

$$S_{LISC}^I(f) \sim f^{-2}, \text{ pro malé } f. \quad (42)$$

S uvážením vztahu (42) je zřejmé, že

$$\int_0^{\infty} S_{LISC}^I(f) df, \quad (43)$$

kde ∞ je libovolné číslo větší než nula. Výsledek (43) lze interpretovat tak, že nepodmíněný rozptyl procesu $\{LISC_t\}$ roste s časem do nekonečna. Tento závěr je v souladu s klasicky odvozenými vlastnostmi procesu $\{LISC_t\}$ za podmínky modelu I.

Při platnosti modelu II je zřejmé, že meziroční diference procesu $\{LISC_t\}$ vede rovněž k procesu $\{u_t\}$. Spektrum procesu $\{LISC_t\}$ je možné v tomto případě definovat jako spektrum procesu $\{u_t\}$ dělené kvadrátem amplitudové odezvy $|C(f)|^2$ filtru roční diference $c_t = a_t - b_t$, tj.

$$S_{LISC}^{II}(f) = \frac{S_u(f)}{|C(f)|^2}. \quad (44)$$

2 Lineární filtrací stacionárního procesu $\{h_t\}$ filtrem g , s frekvenční odezvou $G(f)$ se spektrum tohoto procesu $S_h(f)$ mění do formy $S_h(f) |G(f)|^2$ (např. Percival, Walden, 2000, s. 268).

$|C(f)|^2$ je dáno vztahem (23). Spektrum $S_u(f)$ je v libovolné frekvenci konečné a spektrum $S_{LISC}^u(f)$ je v bodech, v nichž je funkce $|C(f)|^2$ nulová (obrázek 3), tj. ve frekvencích $f = k/12, k = 0, 1, \dots, 6$, nekonečné. Na základě rovnice (23) a Taylorova rozvoje příslušné funkce lze psát

$$|C(f)|^2 = 2 - 2\cos(2\pi f) \sim (f - k/12)^2, \text{ pro } f \text{ blízké } k/12, k = 0, 1, \dots, 6, \quad (45)$$

takže

$$S_{LISC}^u(f) \sim (f - k/12)^2, \text{ pro } f \text{ blízké } k/12, k = 0, 1, \dots, 6. \quad (46)$$

S uvážením vztahu (46) je zřejmé že

$$\int_{k/12}^{k/12} S_{LISC}^u(f) df, \quad k = 0, 1, \dots, 6, \quad (47)$$

kte je libovolné číslo větší než nula. Výsledek (47) je možné interpretovat tak, že rozptyl procesu $\{LISC_t\}$ roste s časem do nekonečna, což je v souladu s klasickou analýzou procesu $\{LISC_t\}$ při platnosti modelu II.

3.2 Odlišnost indexu spotřebitelských cen a měsíční míry inflace ve frekvenční doméně

Předpokládejme platnost modelu I. Diagram (9) ukazuje, že proces $\{LISC_t\}$ přechází v proces $\{LMI_{m,t}\}$ prostřednictvím filtru (10). Spektrum procesu $\{LISC_t\}$ se při filtraci mění na spektrum procesu $\{LMI_{m,t}\}$ ve formě

$$S_{LMI,m}^I(f) = S_{LISC}^I(f) |A(f)|^2. \quad (48)$$

S ohledem na rovnici (40) lze vztah (48) upravit na

$$S_{LMI,m}^I(f) = S_{LISC}^I(f) |A(f)|^2 = \frac{S_u(f)}{|A(f)|^2} |A(f)|^2 = S_u(f). \quad (49)$$

Aplikace filtru a_t vede tedy zpět ke spektru $S_u(f)$. Tento výsledek není nic překvapivého, protože samotný proces $\{LISC_t\}$ byl za předpokladu modelu I definován jako kumulace procesu $\{u_t\}$ a je tedy zřejmé, že meziměsíční diferencí se získá zpět proces $\{u_t\}$. Ve frekvenční doméně je tento postup analogický, spektrum procesu $S_{LISC}^I(f)$ bylo nejprve definováno jako spektrum procesu $S_u(f)$ dělené funkcí $|A(f)|^2$, posléze se násobením stejnou funkcí rekonstruovalo výchozí spektrum $S_u(f)$. Integrál spektra výchozího procesu $\{LISC_t\}$ je nekonečný na libovolném intervalu obsahujícím nulu (rovnice (43)). To však již neplatí pro spektrum $S_{LMI,m}^I(f) = S_u(f)$. Tento výsledek lze interpretovat tak, že aplikací filtru a_t byl z procesu $\{LISC_t\}$ odstraněn jednotkový kořen v nesezonní (tj. nulové) frekvenci.

Předpokládejme model II, potom

$$S_{LMI,m}^{\prime\prime}(f) = S_{LISC}^{\prime\prime}(f) |A(f)|^2. \quad (50)$$

Úprava rovnice (50) s uvážením (23) a (44) vede ke vztahu

$$S_{LMI,m}^{\prime\prime}(f) = S_{LISC}^{\prime\prime}(f) |A(f)|^2 = \frac{S_u^{\prime\prime}(f)}{|C(f)|^2} |A(f)|^2 = S_u(f) \frac{|A(f)|^2}{|A(f)|^2 |B(f)|^2} = \frac{S_u(f)}{|B(f)|^2}. \quad (51)$$

Spektrum $S_{LMI,m}^{\prime\prime}(f)$ bude tedy nabývat nekonečných hodnot ve frekvencích, v nichž je nulová funkce $|B(f)|^2$, tj. $f = k/12$, $k = 1, 2, \dots, 6$. Navíc platí

$$|B(f)|^2 = \frac{1 - \cos(2 \cdot 12f)}{1 - \cos(2 \cdot f)} \sim (f - k/12)^2, \text{ pro } f \text{ blízké } k/12, k = 1, 2, \dots, 6, \quad (52)$$

z čehož plyne

$$S_{LMI,m}^{\prime\prime} \sim (f - k/12)^2, \text{ pro } f \text{ blízké } k/12, k = 1, 2, \dots, 6. \quad (53)$$

Integrál funkce $S_{LMI,m}^{\prime\prime}(f)$ na libovolném intervalu obsahujícím alespoň jednu z frekvencí $f = k/12$, $k = 1, 2, \dots, 6$, je tedy nekonečný. Ze vztahu (47) plyne, že spektrum procesu $\{LISC_t\}$ po integraci na libovolném intervalu obsahujícím alespoň jednu z frekvencí $f = k/12$, $k = 0, 1, \dots, 6$ (včetně frekvence nulové) je nekonečné. Pro spektrum $S_{LMI,m}^{\prime\prime}(f)$ zůstává tato vlastnost v platnosti pro všechny jmenované frekvence, kromě frekvence nulové. Tento výsledek lze interpretovat tak, že proces $\{LMI_{m,t}\}$ při platnosti předpokladu modelu II není stacionární. Jeho rozptyl roste s časem do nekonečna a to díky komponentám v roční frekvenci a odpovídajícím harmonickým frekvencím. Tento výsledek je v souladu s výsledky klasického přístupu, kdy se aplikací nesezónní diference odstraňuje jednotkový kořen v nulové frekvenci, ale jednotkové kořeny v sezónních frekvencích zůstávají zachovány.

3.3 Odlišnost indexu spotřebitelských cen a roční míry inflace ve frekvenční doméně

Za předpokladu modelu I lze s uvážením rovnic (40) a (23) vyjádřit spektrum stochastického procesu $\{LMI_{r,t}\}$ ve tvaru

$$S_{LMI,r}^I(f) = S_{LISC}^I(f) |C(f)|^2 = \frac{S_u(f)}{|A(f)|^2} |C(f)|^2 = S_u(f) |B(f)|^2. \quad (54)$$

Tento výsledek je možné interpretovat tak, že aplikace roční diference na proces $\{LISC_t\}$ vede k procesu, který má nulové komponenty ve frekvencích $f = k/12$, $k = 1, 2, \dots, 6$, viz obrázek 2. Na tomto obrázku je vidět, že ve spektru procesu $\{u_t\}$ dochází k zesílení nízkých frekvencí a k potlačení vysokých frekvencí, které však není

dokonalé, nebo $|B(f)|^2$ není nulové pro všechny vysoké frekvence. V časové řadě $LMI_{r,t}$ se zároveň mohou vyskytnout falešné cykly a vysokofrekvenční pohyby.

V případě modelu II je možné na základě rovnice (44) psát

$$S_{LMI,r}^{II}(f) = S_{LISC}^{II}(f) |C(f)|^2 = \frac{S_u(f)}{|C(f)|^2} |C(f)|^2 = S_u(f). \quad (55)$$

Bylo tedy extrahováno přímo spektrum procesu $\{u_t\}$.

Rovněž výsledky této sekce jsou v souladu s výsledky klasických postupů.

3.4 Odlišnost měsíční a roční míry inflace ve frekvenční doméně

V sekci 3.2 bylo ukázáno (vztah (49)), že za předpokladu modelu I má proces $\{LMI_{m,t}\}$ spektrum

$$S_{LMI,m}^I = S_u(f). \quad (56)$$

V tomto případě je tedy z procesu $\{LISC_t\}$ odstraněn zdroj nestacionarity, tj. stochastický trend. Přejít od procesu $\{LMI_{m,t}\}$ k procesu $\{LMI_{r,t}\}$ je uskutečněno pomocí filtru b_t (12). Spektrum procesu $\{LMI_{r,t}\}$ je tedy spjato se spektrem procesu $\{LMI_{m,t}\}$ vztahem

$$S_{LMI,r}^I(f) = S_{LMI,m}^I(f) |B(f)|^2 = S_u(f) |B(f)|^2. \quad (57)$$

Interpretace vztahu (57) je analogická interpretaci vztahu (54).

Za předpokladu modelu II je spektrum procesu $\{LMI_{m,t}\}$ dáno vztahem (51), tj.

$$S_{LMI,m}^{II}(f) = \frac{S_u(f)}{|B(f)|^2}. \quad (58)$$

Přejít od procesu $\{LMI_{m,t}\}$ k procesu $\{LMI_{r,t}\}$ tedy vede k následující změně spektra

$$S_{LMI,r}^{II}(f) = S_{LMI,m}^{II}(f) |B(f)|^2 = S_u(f). \quad (59)$$

3.5 Zpoždění měsíční a roční míry inflace

Je důležité posoudit, zda při transformaci $MI_{m,t} \rightarrow MI_{r,t}$ dochází ke zpoždění informace. Toto zpoždění je vhodné analyzovat prostřednictvím transformace $LMI_{m,t} \rightarrow LMI_{r,t}$ skrze fázovou odezvu filtru b_t (12). Informace obsažená v logaritmovaných řadách je ekvivalentní informaci obsažené v nelogaritmovaných řadách, nebo oba typy řad jsou mezi sebou jednoznačně převoditelné. Existuje-li tedy jisté zpoždění informace mezi logaritmovanými řadami míry inflace, musí se toto zpoždění projevit i mezi řadami nelogaritmovanými.

Fázová odezva $B(f)$ filtru b_t je argumentem (fází) komplexní funkce (18) (např. Percival, Walden, 2000, s. 25). Pro fázovou odezvu ve frekvencích, v nichž je $|B(f)|$

nenulová, lze psát ($real[B(f)]$ představuje reálnou část $B(f)$, $imag[B(f)]$ představuje imaginární část $B(f)$)

$$\sin \varphi_B(f) = \frac{imag B(f)}{|B(f)|}, \quad \varphi_B(f) \quad , \quad (60)$$

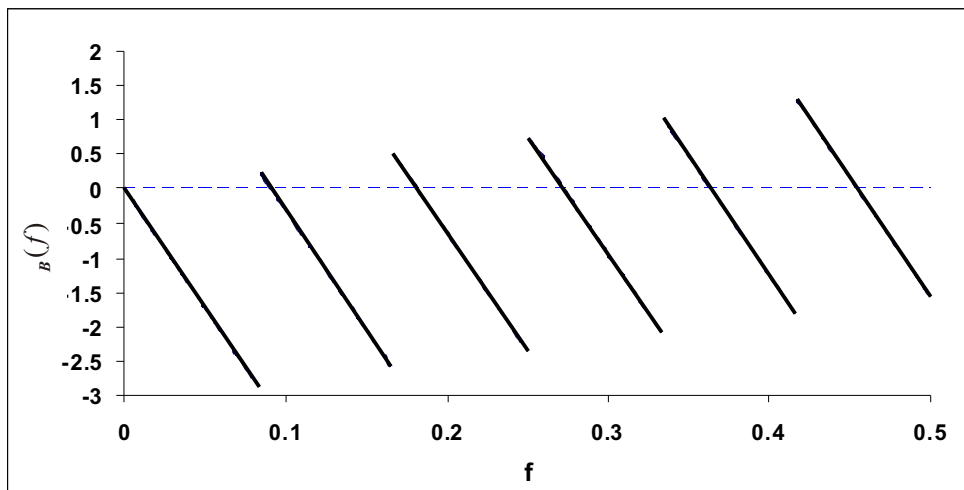
$$\cos \varphi_B(f) = \frac{real B(f)}{|B(f)|}, \quad \varphi_B(f) \quad . \quad (61)$$

Průběh fázové odezvy $\varphi_B(f)$ zachycuje obrázek 4. Je vidět, že je nulová ve frekvencích $f = k/11, k = 0, 1, \dots, 5$. Limity v bodech nespojitosti mají formu

$$\lim_{f \rightarrow \frac{k}{12}} \varphi_B(f) = \frac{k}{12}, \quad k = 1, \dots, 6, \quad (62)$$

$$\lim_{f \rightarrow \frac{k}{12}} \varphi_B(f) = \frac{k}{12}, \quad k = 0, 1, \dots, 5. \quad (63)$$

Obrázek 4
Fázová odezva $\varphi_B(f)$



Fázová odezva udává fázové zpoždění pouze v intervalu $(\frac{k}{12}; \frac{k+1}{12})$, protože jsou však sinusovky nekonečné, nelze rozlišit, jestli nastalo posunutí o fázi $\varphi_B(f)$ nebo o fázi

$$\varphi_B(f) + 2n, \quad n \text{ je celé číslo.} \quad (64)$$

Aby bylo možné konvertovat fázovou odezvu na fázové (časové) zpoždění, je třeba uvažovat případné celočíselné násobky 2π přičtené k této odezvě. Pro filtr d_i definovaný jako

$$d_t = \begin{cases} 12 - 11t & t = 0 \\ t - 1, \dots, 11 & \\ 0 & \text{jinak} \end{cases} \quad (65)$$

platí

$$\lim_{1} d_t = b_t,$$

$$\lim_{0} d_t = p_t,$$

kde p_t je filtr s nulovým časovým posunem. Pro libovolnou hodnotu $0 < t < 1$ a libovolnou frekvenci f nedosáhne fázová odezva filtru b_t hodnoty π nebo $-\pi$. Je-li možné fázovou odezvu filtru b_t vypočítat jako limitu

$$B(f) = \lim_{1} D_t(f), \quad (66)$$

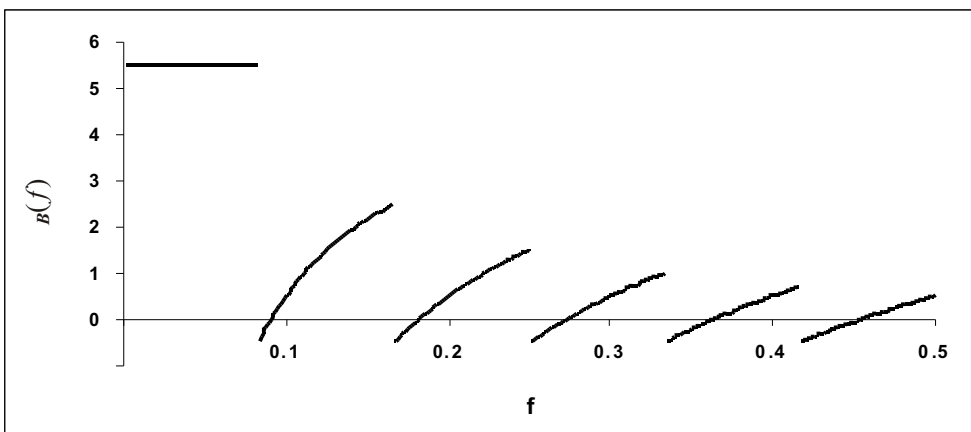
kde $D_t(f)$ je fázová odezva filtru d_t pro danou hodnotu t , a pokud $D_t(f)$ se pro $0 < t < 1$ mění spojitě (v proměnné t), potom je n ve vztahu (64) nulové pro libovolné f . (Obdobnou argumentaci lze provést i při převodu dalších fázových odezev uvedených níže na fázové zpoždění, proto ji již dále neuvádíme.)

Pokud by hodnota fázové odezvy ve frekvenci f byla rovna π , potom by se fáze sinusovky o této frekvenci změnila právě o π . Sinusovka s frekvencí f má periodu $1/f$. Vzhledem k tomu, že změna fáze o π představuje posun v čase o půl periody, můžeme pro fázové zpoždění, které nás informuje o časovém posunutí frekvenčních komponent při filtraci, psát

$$B(f) = \frac{B(f)}{2\pi f}, \quad 0 < f < 0,5. \quad (67)$$

Jeho průběh je zachycen na obrázku 5.

Obrázek 5
Fázové zpoždění $B(f)$



Protože v intervalu frekvencí $0 < f < 1/12$ platí

$$b(f) = \frac{11f}{2f} \cdot 5,5, \quad (68)$$

jsou frekvenční komponenty (sinusovky) při filtraci zpožděny o pět a půl měsíce. Toto zpoždění je v daném rozsahu frekvencí stejné pro libovolnou frekvenci a lze ho tudíž interpretovat tak, že nízkofrekvenční (tj. pomalu se měnící) složky (přesněji řečeno jednotlivé sinusovky Fourierova rozkladu) časové řady $LMI_{m,t}$ jsou filtrací nejen zesíleny, ale také opožděny o pět a půl měsíce. Vzhledem k tomu, že amplitudová odezva $|B(f)|$ filtru b_t (viz rovnice (19) a obrázek 2) není ve frekvenčním intervalu $0 < f < 1/12$ konstantní, dochází při filtraci (i přes konstantnost fázového zpoždění) v tomto intervalu k distorzi integrální (úhrnné) nízkofrekvenční části časové řady $LMI_{m,t}$ (úhrnnou nízkofrekvenční část časové řady $LMI_{m,t}$ nelze přesně rekonstruovat posunutím úhrnné nízkofrekvenční části časové řady $LMI_{r,t}$ o 5,5 měsíce dozadu, lze ji rekonstruovat pouze přibližně).

Na obrázku 5 dále vidíme, že pro frekvence vyšší než $1/12$ není fázové zpoždění již konstantní ale mění se. Pro vysoké frekvence blízké $0,5$ je blízké nule.

3.6 Okamžitá míra inflace a zpoždění měsíční a roční míry inflace

Měsíční časová řada ISC_t obsahuje hodnoty v diskretních časových bodech oddělených jedním měsícem. Označme nyní jako funkci $ISC(t)$ index spotřebitelských cen daný v libovolném čase t . Časová řada ISC_t je potom dána hodnotami funkce $ISC(t)$ v bodech $t = 0, 1, \dots, N-1$, lze tedy psát $ISC_t = ISC(t = 0, 1, \dots, N-1)$. V logaritmické škále je možné funkci $ISC(t)$ vyjádřit jako $LISC(t) = \ln ISC(t)$. Časová řada logaritmu indexu spotřebitelských cen $LISC_t$ není tedy nic jiného než funkce $LISC(t)$ vyhodnocená v diskretních časových bodech $t = 0, 1, \dots, N-1$, takže $LISC_t = LISC(t = 0, 1, \dots, N-1)$. Předpokládejme, že funkce $LISC(t)$ má v každém bodě derivaci $LMI(t)$, tj.

$$LMI(t) = \frac{dLISC(t)}{dt}. \quad (69)$$

Funkce $LMI(t)$ má následující vlastnosti:

1. Udává okamžitou změnu indexu spotřebitelských cen $LISC(t)$ v libovolném časovém okamžiku.
2. Je-li časová řada $LISC_t$ „jemněji“ vzorkována, tj. je-li funkce $LISC(t)$ vyhodnocována nikoliv v čase $t = 0, 1, \dots, N-1$, ale v čase $t = 0, 2, \dots, K$, kde K je celé číslo, < 1 ($K = N-1$) a míra inflace (v logaritmické škále) je v čase j počítána jako

$$\frac{LISC_j - LISC_{(j-1)}}{LISC_{(j-1)}}, \quad (70)$$

potom funkce $LMI(t)$ je limitou takto počítané míry inflace pro $\Delta \rightarrow 0$. V rovnici (70) je ve jmenovateli výraz Δ proto, aby mohla být takto vypočtená míra inflace vyjádřena ve stupnici meziměsíční míry inflace.

3. Měsíční časovou řadu logaritmu měsíční, resp. roční míry inflace, tj. $LMI_{m,t}$, resp. $LMI_{r,t}$ lze z funkce $LMI(t)$ získat jako

$$LMI_{m,t} = \frac{1}{t} \int_{t-1}^t LMI(\tau) d\tau = LISC(t) - LISC(t-1), \quad (71)$$

$$LMI_{r,t} = \frac{1}{t} \int_{t-12}^t LMI(\tau) d\tau = LISC(t) - LISC(t-12). \quad (72)$$

Protože platí vztah

$$LMI_{m,t} = \frac{1}{t} \int_{t-1}^t LMI(\tau) d\tau = \frac{1}{t} \int_{t-1}^t LMI(\tau) d\tau, \quad (73)$$

je měsíční míra inflace $LMI_{m,t}$ střední hodnotou funkce $LMI(t)$ na intervalu $(t-1, t)$.

Je zřejmé, že mezi funkcí $LISC(t)$ a $LMI(t)$ platí též následující konverze (která je jen jiným zápisem rovnice (69))

$$LISC(t) = \int_{t_0}^t LMI(\tau) d\tau = LISC(t_0). \quad (74)$$

Měsíční časovou řadu LMI_t , $LMI(t=0, \dots, N-1)$, tzn. řadu vyhodnocenou v časových okamžicích $t=0, 1, \dots, N-1$ lze nazvat *okamžitou mírou inflace* (v logaritmické škále). Je třeba poznamenat, že hypotetická časová řada LMI_t není totožná s časovou řadou $LMI_{m,t}$. Zatímco hodnota LMI_t (pro dané t) vyjadřuje míru inflace v daném časovém okamžiku t , hodnota $LMI_{m,t}$ (pro dané t) představuje střední hodnotu okamžité míry inflace v intervalu $(t-1, t)$.

Časový posun informace o inflaci obsažené v časových řadách $LMI_{m,t}$ a $LMI_{r,t}$ oproti aktuální skutečné informaci o inflaci lze tedy posoudit jejich porovnáním s řadou okamžité míry inflace LMI_t . Tuto řadu však neznáme.

Abyste bylo možné z časové řady $LISC_t$ jednoznačně rekonstruovat funkci $LISC(t)$ a tudíž i její derivaci $LMI(t)$ je třeba, aby byla splněna podmínka (viz vzorkovací teorém, Weisstein, E. W., (a))

$$FT LISC(t) = 0, |f| < 0,5. \quad (75)$$

Tato podmínka má následující interpretaci: spojitá funkce $LISC(t)$ nesmí obsahovat frekvence vyšší než 0,5, tj. frekvence odpovídající periodě 2 měsíce, jinak by se tyto frekvence staly ve spektru stochastického procesu $\{LISC_t\}$ nerozlišitelné od frekvencí nižších než 0,5 (tzv. aliasing efekt, viz např. Weisstein, E. W., (b)), což by znemožnilo rekonstrukci původní funkce $LISC(t)$.

Při splnění podmínky (75) platí

$$DFT LMI_t = 2 f \exp(i \frac{-}{2}) DFT LISC_t . \quad (76)$$

Vztah (76) plyne z následujících dvou úvah:

1. Na původní funkci $LISC(t)$ lze (na omezeném intervalu) pohlížet jako na nekonečnou řadu sinů a kosinů. Derivace funkce $LISC(t)$, tj. funkce $LMI(t)$, má frekvenční komponenty posunuté o $/2$ vzhledem k původní funkci $LISC(t)$, nebo derivace mění fázi sinu, resp. kosinu o $/2$.
2. Vzhledem k podmínce (75) nedochází při přechodu od spojitě funkce k časové řadě k aliasing efektu, tzn. že frekvenční komponenty funkcí $LISC(t)$ a $LMI(t)$ jsou ve spektru procesů $\{LISC_t\}$ a $\{LMI_t\}$ správně interpretovány.

Je-li splněna podmínka (75), lze na základě vztahu (76) změnu fáze při přechodu mezi časovou řadou LMI_t a časovými řadami $LMI_{m,t}$ a $LMI_{r,t}$ určit jako změnu fáze při přechodu mezi časovou řadou $LISC_t$ a časovými řadami $LMI_{m,t}$ a $LMI_{r,t}$ opravenou o $/2$ (nebo časové řady LMI_t a $LISC_t$ jsou vůči sobě posunuty o $/2$ v každé frekvenci). Ke zjištění změny fáze při přechodu mezi časovou řadou $LISC_t$ a časovými řadami $LMI_{m,t}$ a $LMI_{r,t}$ stačí uvažovat fázovou odezvu filtrů rovnic (10) a (14).

Výpočet fázové odezvy $A(f)$ filtru a_t (10) vychází z frekvenční odezvy tohoto filtru (15). V bodech, kde je $|A(f)|$ nenulová platí ($real[A(f)]$ představuje reálnou část $A(f)$, $imag[A(f)]$ představuje imaginární část $A(f)$)

$$\sin A(f) = \frac{imag A(f)}{|A(f)|} = \cos(f), \quad 0 < f < 0,5, \quad (77)$$

$$\cos A(f) = \frac{real A(f)}{|A(f)|} = \sin(f), \quad 0 < f < 0,5, \quad (78)$$

přičemž

$$\lim_{f \rightarrow 0} A(f) = \frac{-}{2}. \quad (79)$$

Z (76), (77) a (78) plyne, že změna fáze při přechodu mezi řadou okamžité míry inflace LMI_t a řadou měsíční míry inflace $LMI_{m,t}$ je rovna

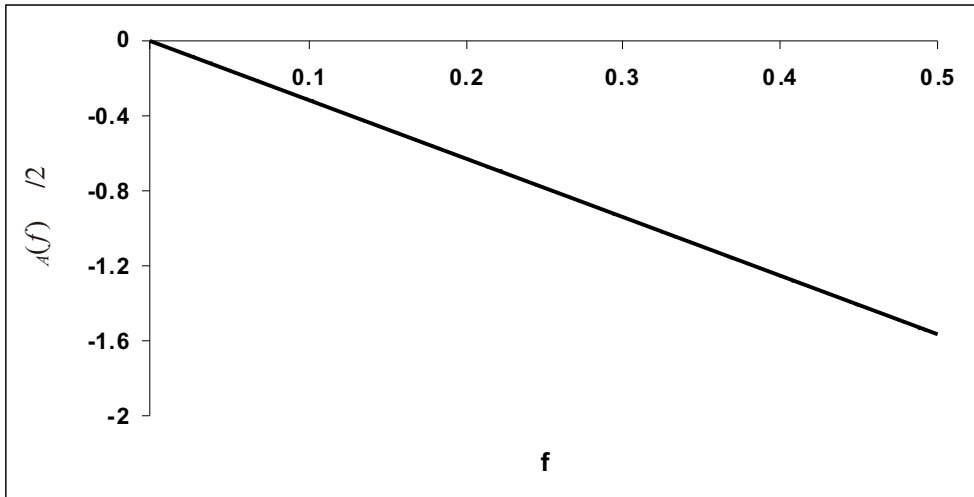
$$A(f) = /2 - f. \quad (80)$$

Je zachycena na obrázku 6. Fázové zpoždění časové řady $LMI_{m,t}$ oproti okamžité míře inflace LMI_t , v intervalu frekvencí $0 < f < 0,5$ je potom

$$(LMI_{m,t}, LMI_t) = \frac{A(f)}{2 f} = \frac{-}{2 f} = 0,5. \quad (81)$$

Logaritmus měsíční míry inflace tedy zaostává za aktuální inflací charakterizovanou okamžitou mírou inflace v logaritmické škále o půl měsíce ve všech frekvencích.

Obrázek 6
Fázová odezva $A(f) / 2$



Pro fázovou odezvu filtru c_t (14) platí

$$c(f) = A(f) - B(f), \quad (82)$$

kde $B(f)$ je fázová odezva filtru b_t (12), která byla počítána v první části sekce 3.5 (obrázek 4). Funkce $c(f)$ má následující vlastnosti:

$$c(f) = 0 \quad f = 1/24, k/12, \quad k = 0, 1, \dots, 5, \quad (83)$$

$$\lim_{f \rightarrow \frac{k}{12}} c(f) = \frac{1}{2}, \quad k = 1, \dots, 6, \quad (84)$$

$$\lim_{f \rightarrow \frac{k}{12}} c(f) = \frac{1}{2}, \quad k = 0, 1, \dots, 5. \quad (85)$$

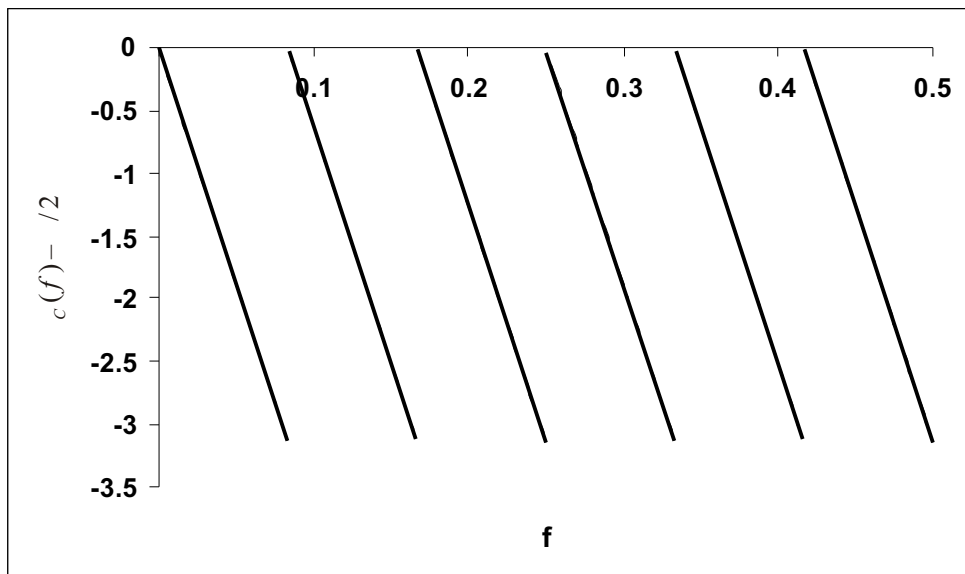
Funkce $c(f) - 1/2$ odpovídající změně fáze při přechodu od časové řady LMI_t k řadě roční míry inflace $LMI_{r,t}$ je zachycena na obrázku 7. Fázové zpoždění časové řady $LMI_{r,t}$ oproti okamžité míře inflace LMI_t v intervalu frekvencí $0 < f < 1/12$ je potom

$$(LMI_{r,t}, LMI_t) = -\frac{c(f) - \frac{1}{2}}{2f} = -\frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}}{2f} = 0. \quad (86)$$

Nízkofrekvenční komponenty měsíční časové řady logaritmu roční míry inflace $LMI_{r,t}$ tedy zaostávají za aktuální inflací LMI_t o půl roku.

Obrázek 7

Fázová odezva $c(f) - 1/2$



4. Závěr

Měsíční a roční míra inflace jsou všeobecně známé, uznávané a nezpochybněné ukazatele používané pro měření dynamiky vývoje cenové úrovně. V našem článku studujeme vlastnosti těchto ukazatelů pomocí spektrální analýzy časových řad a lineárních filtrů, které oba typy ukazatelů svazují.

Abychom mohli pro posouzení vlastností transformace indexu spotřebitelských cen na měsíční, resp. roční míru inflace použít metodu lineární filtrace ve frekvenční doméně, je třeba nejprve posoudit význam transformace časových řad logaritmováním. V této souvislosti docházíme k závěru, že je-li analyzovaná časová řada stacionární, pak i logaritmus této řady je stacionární, obsahuje-li časová řada určité „singularity“ (nestacionarity v různých frekvencích, tj. např. sezónnost integrovaného typu), potom logaritmovaná časová řada je obsahuje také. Logaritmická transformace časových řad tedy nemodifikuje závěry získané studiem lineární filtrace ve frekvenční doméně.

Vlastnosti měsíční a roční míry inflace jsou dány charakterem časové řady indexu spotřebitelských cen. Při posuzování vlastností měř inflace vycházíme ze dvou modelů indexu spotřebitelských cen, které lze chápat jako dvě mezní situace. První model předpokládá přítomnost pouze stochastického trendu, druhý model

předpokládá přítomnost stochastického trendu a integrované sezónnosti, tj. přítomnost všech sezónních jednotkových kořenů. Jedním z poznatků je, že v případě modelu indexu spotřebitelských cen bez sezónní složky lineární filtr vedoucí k roční míře inflace zesiluje pohyby v nízkých frekvencích a zeslabuje (nerovnoměrně) pohyby ve vysokých frekvencích. Roční míra inflace se potom jeví jako relativně „hladká“, resp. méně variabilní časová řada s cyklickým průběhem. Tyto cykly jakož i charakter vysokofrekvenční variability jsou však pouze zdánlivé. Jak jsou tyto deformace významné závisí na skutečném modelu reálného indexu spotřebitelských cen.

Dalším poznatkem je, že transformací, při které z měsíční míry inflace získáváme roční míru inflace dochází v nízkofrekvenční části ke zpoždění 5,5 měsíce. K posouzení zpoždění měsíční a roční míry inflace oproti indexu spotřebitelských cen je třeba zavést fiktivní ukazatel tzv. okamžité míry inflace, který informaci z indexu spotřebitelských cen nezpožďuje. Jeho porovnáním s měsíční, resp. roční mírou inflace docházíme k závěru, že měsíční míra inflace zpožďuje informaci z indexu spotřebitelských cen o 0,5 měsíce ve všech frekvencích a roční míra inflace o 6 měsíců v nízkých frekvencích bez ohledu na tvar modelu indexu spotřebitelských cen. V případě měsíční míry inflace je v měsíčních časových řadách toto zpoždění nerozlišitelné. To však neplatí pro časovou řadu roční míry inflace. Význam tohoto půlročního zpoždění se zvyšuje zejména v méně stabilních obdobích. Vzhledem ke značně širokému použití ukazatele roční míry inflace považujeme zjištění o jeho zpoždění za zásadní poznatek.

Literatura

- ARLT, J. 1998. Problém krátkodobé a dlouhodobé míry inflace. *Politická ekonomie*, 1998, roč. 46, č. 5, s. 667–674.
- ARLT, J. 1999. *Moderní metody modelování ekonomických časových řad*. Praha : Grada Publishing, 1999. 307 s. ISBN 80-7169-539-4.
- ARLT, J.; ARLTOVÁ, M. 2007. *Ekonomické časové řady*. Praha : Grada Publishing, 2007. 285 s. ISBN 978-80-247-1319-9.
- ARLTOVÁ, M. 1999. *Analýza sezónnosti ekonomických časových řad [Doktorská disertační práce]*. Praha, 1999.
- PERCIVAL, D.; WALDEN, A. 2000. *Wavelet methods for time series analysis*. Cambridge : Cambridge University Press, 2000. 570 s. ISBN 0-521-64067-7.
- WEISSTEIN, E. W. (a). Sampling Theorem. From *MathWorld*—A Wolfram Web Resource. Dostupný z WWW: <http://mathworld.wolfram.com/SamplingTheorem.html>.
- WEISSTEIN, E. W. (b). Aliasing. From *MathWorld*—A Wolfram Web Resource. Dostupný z WWW: <http://mathworld.wolfram.com/Aliasing.html>.

TIME SERIES OF MONTHLY AND YEARLY INFLATION RATES AND THEIR PROPERTIES

Josef Arlt, Milan Bašta, University of Economics, nám. W. Churchilla 4,
CZ – 130 67 Praha 3 (arlt@vse.cz, milan.basta@vse.cz)

Abstract

Monthly and yearly inflation rates can be understood as rates of dynamics of the basic inflation indicator i.e. the consumer price index. These indicators modify the original inflation information. It is important to analyze the difference of the consumer price index, monthly and yearly inflation rates, from the viewpoint of their frequency content, time lag and deformations. The theory of linear filtration and its representation in the frequency domain is used. Under particular assumptions, in the time series of yearly inflation rate there can be spurious cycles and high-frequency motions. The time series of yearly inflation rate lags behind the time series of instantaneous inflation rate about six months in low frequencies and the time series of monthly inflation rate lags behind the time series of instantaneous inflation rate about half of the month in all frequencies.

Keywords

consumer price index, inflation rate, linear filtration, frequency analysis, spectrum, phase lag

JEL Classification

E31, C22, C02