

MODELOVÁNÍ MĚNOVĚ POLITICKÉ ÚROKOVÉ MÍRY ČNB NEURONOVÝMI SÍTĚMI

Jaromír Kukul, ČVUT v Praze, Tran Van Quang, VŠE v Praze*

1. Úvod

Centrální banky ve vyspělých tržních ekonomikách mají více nástrojů k prosazení své měnové politiky, nicméně v poslední době používají nejčastěji krátkodobou úrokovou sazbu pro její realizaci. Česká národní banka není výjimkou. Při plnění své základní funkce, tj. udržení cenové stability, v rámci režimu cílování inflace stanovuje inflační cíl a svým měnově politickým nástrojem se snaží reagovat vývoj ekonomiky tak, aby vytyčený inflační cíl byl naplněn. V tomto režimu je velmi důležitá důvěryhodnost centrální banky, protože měnová politika centrální banky je úspěšná pouze tehdy, kdy veřejnost věří, že centrální banka je schopna splnit svůj inflační cíl a je tedy možné brát tento cíl v úvahu při různých ekonomických kalkulacích. Proto se centrální banka snaží vždy být maximálně transparentní, svoje rozhodnutí o měnové politice zakládá na objektivních faktorech, jejichž vliv na ekonomické prostředí je podobně vnímán různými subjekty v ekonomice. Protože změny měnově politické úrokové míry ovlivňují všechny aktivity jak domácího bankovního sektoru a stejně tak i veškeré operace na kapitálovém trhu včetně toku kapitálu ze zahraničí, zmíněné subjekty se snaží odhadnout s předstihem, jak bude centrální banka zacházet se svým úrokovým nástrojem. Významnost předběžné znalosti výše měnově politické úrokové míry centrální banky nás proto motivuje k tomu, abychom našli vhodný nástroj, jak modelovat pohyb měnově politické úrokové sazby České národní banky (ČNB) (tzv. 2T repo sazby) na základě veřejně přístupných informací.

Při rozhodování o měnové politice se centrální banky včetně České národní banky často opírají o určitý makroekonomický modelový aparát, s jehož pomocí provádějí prognózu budoucího vývoje ekonomiky a analyzují případný dopad své měnové politiky. Banky rovněž využívají i kvalitativní odhady svých expertů a tyto odhady se mohou stát vstupní proměnnou pro modelování. Výstup z modelování však slouží pouze jako podklad pro další rozhodování odpovědných centrálních bankéřů. Konečná výše měnově politické úrokové sazby je výsledek vystupující z pomyslné černé skříňky v podobě bankovní rady ČNB. Stanovení výše této úrokové sazby se jeví spíše jako umění než věda a proto se nabízí otázka, zda by se neměly pro tento účel použít umělé neuronové sítě. Jak už z názvu vyplývá, neuronové sítě se snaží napodo-

* Tento článek vznikl za podpory grantu číslo SGS10/092/OHK4/1T/14 a grantu číslo GAČR 402/09/732.

bovat chování skutečných biologických neuronů v lidském mozku a skládají se ze sítí neuronů propojených synapsemi předávajícími výstupy z jednoho neuronu na druhý s výjimkou vstupních a výstupních neuronů. Díky své struktuře jsou neuronové sítě velmi flexibilní a jsou schopné zachytit i složité nelineární závislosti mezi vysvětlujícími a vysvětlovanými proměnnými, což jedna z předností neuronových sítí při modelování dat. Další výhodou oproti tradičním lineárním modelům je to, že nevyžadují apriorní předpoklady na exogenitu vstupních signálů. Na druhé straně výsledky modelů založených na umělých neuronových sítích (ANN) jsou ovlivněny hierarchickou strukturou těchto sítí. Proto je zajímavé studovat vliv typu neuronové sítě, počtu skrytých neuronů a počtu identifikovaných parametrů (vah ANN) na dosaženou přesnost modelování změn měnově politické úrokové míry centrální banky a jako výsledek navrhnout optimální neuronovou síť pro její modelování.

Cílem tohoto článku je zaprvé identifikovat významné ekonomické ukazatele, které mohou ovlivnit rozhodnutí České národní banky o výši její měnové politické 2T repo sazby. Tyto ukazatele budou pak využívány jako vstupní signály pro různé typy neuronových sítí k tomu, abychom co nejpřesněji modelovali změny měnově politické úrokové sazby ČNB. Jedná se tedy o externí modelování chování ČNB v diskretním čase, jehož výstupem je měsíční změna repo sazby. Dále jako další cíl budeme zkoumat vliv architektury námi zvolených neuronových sítí na přesnost našeho modelování, aby bylo možné navrhnout optimální síť pro modelování měnově politické úrokové sazby ČNB. Náš článek je strukturován následovně: nejdříve budeme stručně charakterizovat měnovou politiku ČNB a modely, jejichž výstupy slouží jako primární podklad pro ČNB rozhodnutí o své měnové politice. Protože se neuronové sítě často jeví jako černá skříňka, v další části našeho článku ukážeme, jak probíhá modelování repo sazby ČNB pomocí neuronových sítí, aby se čtenáři mohli podívat dovnitř této „černé skříňky“. Následně budeme vybírat vhodné ekonomické ukazatele jako vstupní signály do neuronových sítí. Nejdůležitější část našeho příspěvku je ta část, kde jsou prezentovány výsledky modelování měnově politické úrokové míry ČNB neuronovými sítěmi a v závěru celkově zhodnotíme výsledky našeho modelování a naznačíme další směr případného dalšího výzkumu modelování měnové politiky ČNB.

2. Měnová politika České národní banky

Česká národní banka (ČNB) podle Ústavy České republiky a zákona o České národní bance (zákon č. 6/1993 Sb.) je centrální bankou České republiky. Kromě emisních pravomocí a dohledu nad finančním sektorem operujícím na českém území Česká národní banka vykonává měnovou politiku, jejímž hlavním cílem je zabezpečit cenovou stabilitu v České republice. ČNB také podporuje jiné cíle hospodářské politiky vlády České republiky jako ekonomický růst, nízkou nezaměstnanost a vnitřní a vnější stabilitu ekonomiky, pokud tyto cíle nejsou v konfliktu s hlavním cílem ČNB. Cenová stabilita znamená stabilitu spotřebitelských cen měřenou indexem spotřebitelských cen (CPI) poskytovaným Českým statistickým úřadem. Je třeba podotknout, že

cenovou stabilitu ČNB nepovažuje za absolutní, tedy nepočítá s nulovou inflací, nýbrž kalkuluje s nízkou kladnou inflací, jež jednak postupně eliminuje existující rozdíl cenové hladiny v české ekonomice vůči cenové hladině v EU. Jednak nízká kladná inflace rovněž bere v potaz pozitivní změny v kvalitě nových zboží a služeb poskytovaných spotřebitelům, ke kterým dochází průběžně v ekonomické realitě.

K dosažení svých cílů používá ČNB v současné době tzv. režim cílování inflace, který centrální banky vyspělých tržních ekonomik začaly aplikovat od devadesátých let minulého století. Cílování inflace je nová forma provádění měnové politiky, při níž centrální banka veřejně deklaruje cílovanou hodnotu míry inflace¹ (nebo pásmo, kde se má inflace pohybovat, v současné době se však spíše preferuje cílovaná hodnota) a bude provádět takovou měnovou politiku prostřednictvím změn měnově politické úrokové sazby nebo jiných měnových nástrojů, aby se skutečná inflace v budoucnu co nejvíce přiblížila k cílované hodnotě. Aby byl splněn svůj inflační cíl, centrální banka při výkon své měnové politiky musí pečlivě a komplexně sledovat vývoj ekonomiky a přesně zhodnotit různé ekonomické indikátory, aby správně identifikovala potenciální tlak na změnu míry inflace a následně adekvátním způsobem operoval s měnově politickou úrokovou sazbou tak, aby navedla inflaci ke stanovenému cíli. Cílování inflace je rozhodně složitější než cílování měnové báze nebo jiných měnových agregátů. Nicméně se cílování inflace jeví jako účinný nástroj měnové politiky, protože země, které provádějí měnovou politiku v režimu cílování inflace (ať už skrytě nebo neskrytě), do nedávné minulosti mají poměrně nízkou inflaci a těší stabilní ekonomický růst.

Při výkonu měnové politiky v režimu cílování inflace se Česká národní banka využívá různé modely k predikci vývoje ekonomiky a analýze dopadu její měnové politiky. Dříve se jednalo o model čtvrtletní projekce (Quarterly Projection Model, QPM), později je to model dynamické stochastické všeobecné rovnováhy (Dynamic Stochastic General Equilibrium, DSGE), přičemž druhý model se pak stává teoretickým základem cílování inflace. Oba modely vycházejí z tzv. nové keynesovské ekonomie. Model QPM pracuje s jednoduchým měnovým transmisiím mechanismem založeným na činnosti dopředu-hledících ekonomických subjektů a centrální banky reagující na odchylky prognózované inflace od jejího cíle. Model zachycuje vztahy mezi různými proměnnými v ekonomice nutnými k vysvětlení fluktuací v produkci, inflaci, měnového kurzu a úrokových měř. Podrobnosti o tom, jak Česká národní banka využívala model QPM pro měnovou politiku, lze najít v článku Beneše a spol. (2005). Pokud se jedná o model DSGE, tak tento model přebírá metodologii od neoklasických makroekonomů. Jedná se o předpoklad, že v ekonomice existuje kontinuum identických domácností a firem (Kydlant a Prescott, 1982), které jsou racionální (Lucas, 1972), tj. domácnosti se vždy snaží maximalizovat užitek podobně, jako firmy se snaží maximalizovat zisk. Tento předpoklad vnáší do modelování mikroekonomický základ, který chybí v modelu QPM. Na rozdíl od neoklasického makroekonomického

¹ Ve Velké Británii však tuto hodnotu určuje vláda (King, 2003).

přístupu se v modelu DSGE však předpokládá, že v ekonomice jsou ceny a mzdy rigidní a firmy mají určitou monopolistickou sílu (jinak by nemohly určit cenu vyšší než mezní náklady). Rigidita cen a mezd pak způsobuje větší krátkodobé fluktuace v ekonomice. V současné době se používá poměrně velký model DSGE a středně velký model může mít až několik set rovnic. Podrobnosti o modelování modelem DSGE lze najít v práci Woodforda (2003) nebo v souhrnném přehledu o modelu DSGE od Villaverde (2010).²

Model DSGE je určitě významný teoretický posun v makroekonomickém modelování. Pro praxi také nelze pochybovat o tom, že model DSGE je užitečný nástroj pro prognózu a kvantitativní analýzu měnové a fiskální politiky. O tom, jak se využívá model DSGE jako základní nástroj pro prognózu a analýzu měnové politiky ČNB, bylo podrobně projednáno v práci Andřeleho a spol. (2009). Navíc neschopnost předchozích přístupů úspěšně modelovat ekonomiku vedla k tomu, že se vkládalo velké očekávání do modelu DSGE a učiní jej dominantní silou makroekonomie (alespoň v období od počátku tisíciletí) a centrální bankéři přispěchali s proklamací, že měnová politika jejich bank je založena na výstupu z modelu DSGE. To vedlo k tomu, že model DSGE byl označen za viníka finanční a ekonomické krize ve Spojených státech amerických v roce 2008. Kvůli tomu potom byli předvoláni významní američtí ekonomové před komisí pro vědu a techniku Dolní sněmovny USA, aby jim vysvětlili podíl modelu DSGE na tuto krizi. Při této příležitosti byl vysloven velmi kritický názor na model DSGE³ (Colander, Solow, 2010). Kritické mínění o modelu DSGE můžeme najít u dalších známých ekonomů (Mankiw, 2006; Woodford, 2008; Kocherlakota, 2010).

Bez ohledu na prognózovací a analytickou schopnost modelu DSGE nebo jakéhokoliv jiného modelu, který se používá pro tento účel, je třeba připomenout, že tento model je to pouze jeden nástroj, jehož výstup slouží jako jeden zdroj informací pro konečné rozhodnutí bankovní rady o výši měnově politické 2T repo sazby. Jak již bylo řečeno, na jedné straně toto rozhodování je pro nestranného účastníka velice idiosynkratické, na druhé straně nemůže centrální banka přehlédnout existenci tvrdých ekonomických ukazatelů, jejichž vliv musí zvážit a výsledná výše měnově politické úrokové sazby musí být nějakou kombinací těchto vstupních signálů. Proto při naplnění vytýčeného cíle našeho příspěvku po identifikaci základních vstupních signálů tyto signály budou sloužit jako vysvětlující proměnné v základním lineárním modelu ve tvaru

$$y = w_0 + \sum_{k=1}^n w_k x_k \quad (1)$$

kde w_0, w_1, \dots, w_n jsou neznámé váhy jednotlivých vstupů. S využitím metodiky lineární regrese snadno určíme nejen bodové odhady parametrů, ale také přesnost těchto odhadů a na základě statistické inference z nich posuzujeme jejich statistické význam-

2 Nejznámější model DSGE pravděpodobně je tzv. Smetsův-Woutersův model (2003).

3 Pro vyváženost kritiky DSGE modelu je třeba uvést, že se tam objevil názor obhajující model DSGE od Chariho (2010).

nosti v lineárním modelu. Vzhledem k vlastnosti lineárního modelu neočekáváme, že tento model může uspokojivě vysvětlit vliv jednotlivých proměnných na změnu 2T úrokové sazby, nicméně je možné jej použít jako srovnávací základ. Následně vybrané proměnné vstupují jako vstupních signály do neuronových sítí, protože podle nás je to nejlepší způsob, jak kombinovat různé ekonomické faktory k dosažení rozhodnutí o výši 2T repo sazby. Jelikož neuronové sítě neposkytují žádnou statistickou inferenci ke svému výstupu, v další části našeho článku ukážeme, jak neuronové sítě pracují a jak se zjišťuje výstupní signál.

3. Umělá neuronová síť jako nástroj modelování

Umělá neuronová síť (ANN) je jedním z nástrojů umělé inteligence (AI, artificial intelligence), o kterém lze rovněž tvrdit, že je z pohledu matematické statistiky též modelem, jehož parametry je třeba odhadnout například metodami nelineární regrese (Haykin, 1999; Šnorek a Jiřina, 1997). Z hlediska teorie systémů ve stejné souvislosti hovoříme opět o modelu, jehož parametry se adaptují, jsou předmětem optimalizace nebo je třeba je identifikovat. V analogii s lineárním modelem je vhodné problematiku ANN zúžit pouze na neuronové sítě s jedním výstupem (predikovaná relativní změna) několika vstupy (relativní změny ekonomických ukazatelů) a s dopředným šířením signálů. Tím se vyhneme rekurentním výpočtům a cyklům v topologii sítě. Každá taková ANN je reprezentována acyklickým orientovaným grafem, jehož vrcholy lze formálně očíslovat tak, aby signál postupoval ve směru vzrůstajícího indexu vrcholu. V případě ANN vrchol nazýváme umělým neuronem, což není nic jiného než procesor pro zpracování informace z do něj vstupujících hran. Každá vstupní hrana nese dvě zásadní informace: svou váhu a hodnotu signálu z předchozího vrcholu (neuronu). Vrcholy, do kterých nevede žádná hrana, nazýváme vstupní neurony neboli vstupy systému. Vrcholy, ze kterých nevede žádná hrana, nazýváme výstupní neurony neboli výstupy systému. V našem případě máme pouze jeden výstupní neuron. Zbylé vrcholy slouží jako mezičlánky přenosu informace a nazýváme je skrytými neurony. K transformaci hodnot signálů dochází tedy pouze ve skrytých a výstupních neuronech. Každý takový umělý neuron má svůj model, tj. funkci, která zpracuje hodnoty všech vah a signálů do něj vstupujících a vytvoří z nich nový signál. Problematika ANN se tedy týká pouze tří aspektů: topologie grafu sítě, modelů jednotlivých neuronů a nastavení (určení, učení, odhad, adaptace, optimalizace, identifikace) vah jednotlivých hran orientovaného grafu.

Nejčastější je hierarchické uspořádání ANN do jednotlivých vrstev. Vrstva ANN je skupina neuronů (vrcholů), které spolu přímo ani nepřímo nekomunikují. Komunikace je dále omezena tak, že do neuronů dané vrstvy vedou signály pouze z předchozí vrstvy. Z toho okamžitě plyne, že pořadí vrstev, které musí být respektováno. Pak hovoříme o první (vstupní) vrstvě tvořené všemi vstupními neurony, druhé, třetí ... (tedy skryté) vrstvě a konečně o poslední (výstupní) vrstvě obsahující všechny výstupní neurony. Jednoduché úlohy lze řešit pomocí dvouvrstvé topologie ANN, kdy zcela chybí skryté vrstvy. Většinu aplikací lze zvládnout pomocí třívrstvé topologie

s optimálním počtem skrytých neuronů v jediné skryté vrstvě. Komplikovanější struktury se většinou neuplatňují. Pokud vrstva obsahuje pouze neurony s jedním typem modelu, pak hovoříme obvykle o homogenní vrstvě. Vstupní vrstva nic nezpracovává, a proto je považována za homogenní. U skrytých vrstev a výstupní vrstvy je požadavek na jejich homogenitu oprávněný.

Z hlediska modelů jednotlivých umělých neuronů již dávno nejde o napodobování chování jednotlivých nervových buněk živých organismů. Jde o modely, které se v oblasti AI pragmaticky osvědčily při konstrukci univerzálních aproximací spojitých funkcí. Do první skupiny patří modely založené na skalárním součinu vektoru vah a vektoru vstupujících hodnot. Takto vzniklý vážený součet (lineární kombinace signálů) je většinou modifikován vhodnou nelinearitou. Pokud nelinearita chybí, hovoříme o lineárním modelu neuronu. Pokud je nelinearita ve tvaru polynomu, pak tím nezískáme příliš mnoho výhod. Oblíbená nelinearita tohoto typu má tvar sigmoidální funkce (hyperbolické tangenty). Do druhé skupiny patří modely založené na rozdílu vektoru vah a vektoru vstupujících hodnot a jeho normě (délka rozdílového vektoru). Pokud vektor vah chápeme jako popis etalonu (vzorové situace), pak tímto postupem určíme vzdálenost vstupujícího vektoru (reality) od etalonu (prototypu). Výsledná vzdálenost je pak opět zpracována vhodnou nelinearitou. Výstupní signál takového neuronu obvykle chápeme jako informaci o podobnosti reality a etalonu. Vzdálenost většinou měříme euklidovskou normou a nelinearita má obvykle tvar Gaussovy zvonovité funkce. Do třetí skupiny obvykle řadíme modely umělého neuronu produkované s využitím operátorů fuzzy logiky. V této souvislosti se vyskytuje pojem fuzzy-neuronová síť, což není nic jiného, než ANN, ve které existuje neuron z uvedené třetí skupiny.

V drtivé většině reálných aplikací se setkáváme s ANN obsahující pouze jednu homogenní skrytou vrstvu a jednu homogenní výstupní vrstvu. Pokud jsou ve výstupní vrstvě pouze lineární modely neuronu, pak to má výhody při nastavování vah mezi skrytou a výstupní vrstvou metodami lineární algebry. Pokud jsou ve skryté vrstvě pouze neurony prvního typu se sigmoidální charakteristikou, pak hovoříme o třívrstevném či obecně vícevrstevném perceptronu (MLP). Pokud jsou ve skryté vrstvě pouze neurony druhého typu s euklidovskou normou a výstupní vrstva je lineární, pak hovoříme o síti s radiální bází (RBF).

Samostatnou kapitolu tvoří metody učení ANN, což z hlediska matematické statistiky není nic jiného než určení bodového odhadu parametrů celého modelu ANN na základě reálných dat. Nejčastěji se setkáváme s učením MLP či RBF gradientními metodami (metoda konjugovaných gradientů, stochastická gradientní metoda, zpětné šíření neboli backpropagation). Při něm vycházíme z náhodného odhadu vah modelu a iteračně získáme jeden z lokálních extrémů součtu čtverců odchylek chování modelu ANN od požadovaných hodnot. Prakticky pak nezbyvá než trpělivě restartovat gradientní metodu z různých počátečních hodnot vah ANN a vybrat pragmaticky to doposud nejlepší lokální optimum. Alternativou k takovému postupu je využití heuristik pro hledání globálního minima součtu čtverců odchylek. Ze známých heuristik se k tomuto účelu používají: simulované žihání (SA, FSA, ASA), modely chování kolonií (ACO), modely migrace jedinců (SOMA), modely chování hejn (PSO), genetické

algoritmy optimalizace (GO), evoluční vyhledávání (ES) a diferenciální evoluce (DE). V ani jednom z uvedených případů není zajištěna konvergence ke globálnímu minimu v konečném počtu kroků.

3.1 Použité modely ANN

V další části naší práce se zaměříme pouze na dva modely s jednou skrytou vrstvou a jedním výstupním neuronem (třívrstvá ANN). V prvé řadě nás bude zajímat třívrstvá perceptronová síť s lineárním výstupním neuronem, o které je dokázáno, že je univerzálním aproximátorem na třídě spojitých omezených funkcí. To znamená, že s rostoucím počtem skrytých neuronů klesá chyba aproximace k nule, nikoli však chyba modelu ve statistickém slova smyslu. Výstup uvedené sítě je dán vztahem

$$y = v_0 + \sum_{k=1}^H v_k \operatorname{tgh} \left(w_{k,0} + \sum_{j=1}^n w_{k,j} x_j \right) \quad (2)$$

kde H je zadaný počet skrytých neuronů, $w_{1,0}, \dots, w_{H,n}$ jsou neznámé váhy jednotlivých vstupů a v_0, \dots, v_H jsou neznámé výstupní váhy. Celkový počet parametrů uvedeného nelineárního modelu je roven $n_p = H(n + 2) + 1$.

Pokud preferujeme síť s radiální bází, pak dáme přednost třívrstvé neuronové síti RBF, která je rovněž univerzálním aproximátorem spojitých ohraničených funkcí. Výstup uvedené sítě je dán vztahem

$$y = v_0 + \sum_{k=1}^H v_k \exp \left(- \frac{\sum_{j=1}^n (x_j - w_{k,j})^2}{2w_{k,0}^2} \right) \quad (3)$$

Celkový počet parametrů uvedeného nelineárního modelu je opět roven $n_p = H(n + 2) + 1$.

3.2 Kritéria hodnocení kvality AAN modelu

Chceme-li vzájemně porovnávat lineární model a nelineární modely ANN, musíme stanovit srovnatelné podmínky pro oba typy modelů. Vzhledem k tomu, že lineární regrese je standardním nástrojem odhadu parametrů lineárního modelu, který je založen na metodě nejmenších čtverců (MNČ) (Greene, 2003), je přirozené odhadovat váhy (neznámé parametry) sítě MLP a RBF stejnou metodou, tedy minimalizací součtu čtverců odchylek, což je mnohem náročnější úloha vzhledem k nelinearitě příslušných modelů. Již v úvodu byla zdůrazněna role relativních diferencí, takže příslušná účelová funkce, jejíž minimum je hledáno, je

$$SSQ_{\text{rel}} = \sum_{i=1}^m (\rho_i - \rho_i^{\text{ANN}})^2 \quad (4)$$

kde ρ_i , ρ_i^{ANN} je relativní přírůstek úrokové sazby a jeho predikce na výstupu ANN. V případě lineární ANN je známo explicitní řešení s využitím lineární algebry. Pokud je úloha nelineární, osvědčily se k jejímu řešení kompetitivní heuristiky diferenciální evoluce. V tom případě je třeba si uvědomit, že není zajištěno nalezení globálního optima SSQ_{rel} , neboť učení ANN je NP-úplný problém, takže se nezávisle na metodě hledání neznámých vah musíme uchýlit k opakovaným numerickým experimentům s danou heuristikou a tím získáváme větší jistotu, že nalezené výsledky nejsou vzdálené od skutečných výsledků. Jednotlicím kritériem kvality modelu pro lineární model i ANN je odhad chyby predikce relativní difference úrokové sazby ČNB daný vztahem

$$s_e = \sqrt{\frac{SSQ_{\text{rel}}}{m - np}} \quad (5)$$

Vzhledem k možnosti permutace neuronů ve skryté vrstvě ANN není možné posuzovat statistickou významnost jednotlivých vah ANN respektive stanovovat jejich směrodatnou odchylku.

3.3 Diferenciální evoluce

Jde o relativně novou heuristiku pro hledání globálního minima funkcí více proměnných. Inspirace evolučními ději v přírodě je velmi volná (Michalewicz a Fogel, 2004). Algoritmus vychází z populace náhodně vygenerovaných jedinců z oblasti, ve které hledáme minimum (Tvrdík a Křivý, 1999; Křivý, Tvrdík a Krpec, 2000). Přechod k nové generaci je organizován tak, že každý jedinec se kříží se svým vlastním náhodným mutantem. Tím vznikne nový potomek, který svého rodiče (nikoli celou populaci svých vrstevníků) vyzve na souboj a kvalitnější se dostane do nové populace. Jednoduchým cyklem přes všechny jedince staré populace tak dostaneme celou novou populaci, která nemůže být horší, než ta stará.

Podstatou úspěchu diferenciální evoluce (DE) je generace náhodného mutanta a jeho křížení s rodiči.

Pokud při hledání minima spojitě funkce $f(\mathbf{x})$ na neprázdné oblasti $\mathbf{D} = \{\mathbf{x} \in \mathbf{R}^d \mid \mathbf{a} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{b}\}$ vyjdeme z náhodné populace N jedinců, tedy z množiny $\mathbf{P} = \{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N\} \subset \mathbf{D}$, pak pro každý vektor \mathbf{x}_k ze staré populace \mathbf{P} určíme mutanta \mathbf{y} s využitím nových vzájemně různých jedinců $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3$ z populace \mathbf{P} podle vztahu

$$\mathbf{y} = \mathbf{r}_1 + F \cdot (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_3)$$

kde $0 < F \leq 1$ je parametr ovlivňující rozsah mutace. Uvedená technika mutace je označována jako DERND. Alternativou k ní je mutace typu DEBEST, kdy využijeme nejlepšího (má nejmenší hodnotu účelové funkce f) jedince \mathbf{x}_{best} z populace \mathbf{P} a čtyři nové unikátní jedince $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3, \mathbf{r}_4$ z populace \mathbf{P} podle vztahu

$$\mathbf{y} = \mathbf{x}_{\text{best}} + F \cdot (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_4)$$

Takto vzniklý mutant \mathbf{y} nemusí být prvkem oblasti \mathbf{D} . V tom případě ho překlopíme zpět s využitím jedné nebo několika hraničních nadrovin oblasti \mathbf{D} . Uvedená korekce polohy je nazývána zrcadlení. Při křížení rodiče \mathbf{x}_k s (případně korigovaným) mutantem \mathbf{y} vyjadřujeme genetickou převahu mutantu parametrem $0 \leq C \leq 1$ a náhodného křížence \mathbf{z} generujeme po složkách vztahem

$$z_j = \begin{cases} y_j & \text{pro } rnd_j < C \\ x_{k,j} & \text{pro } rnd_j \geq C \end{cases}$$

kde $j = 1, \dots, d$ a rnd_j je náhodné číslo z rovnoměrného rozdělení na intervalu $[0, 1]$. Nejen pro $C = 0$ se může stát, že $\mathbf{z} = \mathbf{x}_k$. V takovém případě náhodně vybereme index j a modifikujeme z_j na y_j . Soubor křížence \mathbf{z} s rodičem \mathbf{x}_k vyhrává křížencek pokud $f(\mathbf{z}) < f(\mathbf{x}_k)$. V opačném případě vyhrává rodič. Jeden z nich se tak dostane do nové populace $\mathbf{Q} \subset \mathbf{D}$. Takto se postupně dopracujeme až ke konečné populaci, kterou poznáme podle toho, že rozpětí funkčních hodnot a jednotlivých souřadnic prvků populace nepřekračuje předem stanovené meze.

Velmi dobré vlastnosti má soutěživá varianta diferenciální evoluce známá jako algoritmus DEBR18. Zde soutěží 18 variant (heuristik) diferenciální evoluce. Jsou zahrnuty dva typy mutace (DERND, DEBEST), tři hodnoty parametru F a tři hodnoty parametru C . Na počátku jsou heuristiky vybírány náhodně se stejnou pravděpodobností rovnou $1/18$, neboť mají stejné počáteční skóre. Pokud vyhraje křížencek nad rodičem, přičítá se právě použité heuristice jeden bod k jejímu skóre. Tím se ovšem změní pravděpodobnosti výběru jednotlivých heuristik, které jsou skóre přímo úměrné. Algoritmus DEBR18 obsahuje navíc řídicí a restartovací mechanismy, jejichž cílem je zamezit degeneraci procesu hledání globálního minima.

4. Výsledky modelování měnově politické úrokové míry ČNB

4.1 Výchozí datový soubor

Jak již bylo deklarováno na začátku, modelování měnově politické úrokové sazby České národní banky vychází z veřejně dostupných dat. Podobně jako ve Zprávě o inflaci ČNB, kde v analýze vývoje ekonomiky jsou předmětem zájmu ČNB různé indikátory o inflaci, o vnitřním a vnějším ekonomickém prostředí a o měnovém vývoji, pro naše modelování jsou vybrány tyto údaje: jako vysvětlovaná proměnná je zvolena měnově politická úroková sazba repo sazba ČNB (značena CNB). Měřítkem inflace je index spotřebitelské ceny (CPI). Indikátory vnějšího prostředí jsou průměrný měsíční kurz koruny vůči společné evropské měně Euru (KURZ) a měnově politická úroková sazba ECB (ECB). Podobné ukazatele americké ekonomiky podle nás nemají významný vliv na českou ekonomiku, až na to že ropa je zúčtována v dolarech, jako odpovídající ukazatele z Eurozóny. Indikátorem měnového vývoje je měsíční tempo růstu peněžního agregátu M2. Ukazatele vnitřního vývoje ekonomiky jsou měsíční míra nezaměstnanosti (NEZAM), čtvrtletní tempo růstu HDP (HDP) v České republice. Tyto údaje tvoří časové řady od 1. 1. 1999 do 1. 2. 2011, tj. v období, kdy ČNB

provádí měnovou politiky ve formě cílování inflace.⁴ Zdrojem údajů o repo sazbě, kurzu české koruny vůči euru a měsíčního tempa růstu peněžního agregátu M2 je statistika České národní banky. Údaje o inflaci a tempu růstu HDP jsou získány ze statistiky Statistického úřadu ČR. Údaje o nezaměstnanosti jsou získány ze statistiky Ministerstva práce a sociálních věcí. Údaje o diskontní sazbě ECB jsou z její statistiky.

Jelikož měnově politické úrokové sazby centrálních bank nejsou měněny pravidelně, je třeba je posunout na začátek dalšího měsíce. To znamená, že pokud jsou v průběhu měsíce změněny, tyto změny jsou pak uměle posunuty až na počátek nového měsíce. Pokud v předešlém měsíci docházelo ke změně vícekrát, započítá se pouze poslední změna do počátku následujícího měsíce. Všechny ostatní údaje až na tempo růstu HDP jsou zaznamenány ve statistice již v měsíčním intervalu. V případě tempa růstu HDP čtvrtletní údaje jsou upraveny tak, že se předpokládá, že tempo růstu HDP v každém měsíci jednotlivého čtvrtletního období je konstantní, tedy tempo růstu HDP v těchto měsících je stejné jako tempo růstu HDP v celém čtvrtletí. Tento způsob úpravy dat o HDP zavádí určitou nepřesnost do modelování a nabízí se alternativa, zda není lepší místo čtvrtletního tempa růstu HDP použít index průmyslové produkce, který Český statistický úřad zaznamenává pravidelně v měsíčním intervalu. Z hlediska frekvence záznamu by tato řada dokonale zapadala do našeho modelování, nicméně celý sektor průmyslu je pouze jedna část české ekonomiky a tedy použít tuto časovou řadu jako proměnnou reprezentující celou ekonomiku by také vneslo do modelování jinou nepřesnost. Proto jsme se rozhodli pro využití čtvrtletního tempa růstu HDP upraveného výše uvedeným způsobem při modelování. Ve sledovaném období je tedy celkem 145 pozorování. Hodnoty deskriptivních statistik vybraných proměnných v modelu jsou uvedeny v tabulce 1.

Tabulka 1

Deskriptivní statistiky absolutních hodnot proměnných zahrnutých pro modelování

	CNB	CPI	KURZ	M2	NEZAM	ECB	HDP
Průměr	3.17	2.66	30.34	8.98	8.43	2.68	3.10
Medián	2.50	2.40	30.22	8.50	8.70	2.50	3.60
Maximum	9.50	7.50	38.00	17.10	10.90	4.75	6.90
Minimum	0.75	-0.40	23.53	-1.30	5.00	1.00	-3.30
Std. odch.	1.76	1.84	3.83	4.34	1.33	1.11	2.68
Šikmost	0.93	0.67	0.19	-0.19	-0.96	0.23	-0.53
Špičatost	3.51	3.07	1.98	2.48	3.45	2.05	2.59
Počet pozorování	145	145	145	145	145	145	145

Jelikož všechny proměnné našeho zájmu nemají stejného měřítko ani stejnou povahu, stejně tak z důvodu jejich stacionarizace, je třeba přistoupit k jejich transfor-

4 ČNB začala provádět cílování inflace od 1. 1. 1998.

mací. Řada měnově politické úrokové míry je transformována prostým diferencováním a transformovaná řada pro snadnou orientaci je značena stejně jako původní řada, tedy CNB. Údaje o inflaci (CPI) jsou upraveny následujícím způsobem: do prosince roku 2000 byla čistá inflace cílována na pásmo 4–5 % (resp. 3,5–5,5 %), od prosince roku 2001 do prosince 2005 bylo toto pásmo 2–4 % a od prosince 2005 bylo 1–3 %. Pro celkovou inflaci bylo stanoveno pásmo 3–5 % v období od ledna 2002 do prosince 2005 a 2–4 % v období od prosince 2005. Od ledna roku 2006 byla stanovena cílová hodnota ve výši 3 % do konce roku 2009 a od ledna 2010 tato hodnota byla 2 %.⁵ Proto od řady CPI bylo odečteno 4 % do prosince 2005, 3 % do prosince 2009 a od zbývajících hodnot inflace měřené CPI ve sledovaném období byla odečítána 2 %. Máme za to, že pokud se inflace odchyluje od těchto hodnot, měla by ČNB na tuto situaci nějak reagovat. Hodnoty tempa růstu HDP v tomto období jsou upraveny tak, že od každé hodnoty odečteme 3,1 %, což je průměrné tempo růstu HDP za celé období. Tato hodnota je považována za dlouhodobě udržitelné tempo růstu, a pokud se růst odchyluje od tohoto čísla, ČNB by také mohla reagovat, jestli primární cíl udržet cenovou stabilitu není ohrožen, jak praví zákon o ČNB. Tuto veličinu považujeme za adekvátní ekvivalent veličiny produkční mezery s tím, že výhoda této transformace je v tom, že nemusíme zjistit potenciální produkt, který je nepozorovatelná veličina. Měnově politická úroková sazba ECB je transformována podobným způsobem jako u repo sazby, tj. prostým diferencováním. Ostatní vysvětlující proměnné jsou stacionarizovány stejnou transformací jako tou transformací v případě HDP. Deskriptivní statistiky transformovaných proměnných jsou uvedeny v tabulce 2.

Tabulka 2

Deskriptivní statistiky transformovaných proměnných zvolených pro modelování

	CNB	CPI	NEZAM	KURZ	ECB	HDP	M2
Průměr	-0.06	0.35	0.002	-0.002	-0.014	0.02	-0.004
Medián	0.0	0.30	0.0	-0.004	0.0	0.55	-0.02
Maximum	0.50	5.50	0.13	0.06	0.50	3.80	4.00
Minimum	-1.50	-2.40	-0.07	-0.043	-0.75	-6.40	-2.60
Std. odch.	0.22	1.73	0.04	0.015	0.18	2.68	0.55
Šikmost	-2.66	1.01	0.73	0.87	-1.18	-0.55	2.11
Špičatost	15.92	4.18	4.05	5.52	6.65	2.635	28.27
Počet pozorování	144	145	145	145	144	145	145

Kromě těchto proměnných, a v souladu s teorií, pro modelování repo sazby ČNB využíváme další dvě proměnné, které vyjadřují predikci ekonomických subjektů ohledně vývoje repo sazby a reálné ekonomiky. První ukazatel je mezibankovní úroková sazba Pribor na 14 dní. Na první pohled se tato sazba jeví jako prostá odvoze-

⁵ Zdroj: webová stránka České národní banky.

nina od repo sazby ČNB a až na malý rozdíl by měla být shodná s repo sazbou ČNB. Při hlubším zamyšlení, také vzhledem k rozdílným frekvencím obchodování, tato sazba vyjadřuje očekávání bank, které jsou významní hráči na kapitálovém trhu, jak by měla být repo sazba v budoucnu. Pokud je vyšší než současná sazba, očekávají její zvýšení v blízké budoucnosti a naopak, jestliže jsou nižší, očekává se, že se repo sazba sníží v nejbližší době. Tato hypotéza byla zmíněna a testována v práci Brady a Brůny (2004). Tito autoři zjistili, že 2T repo sazba ČNB ovlivňuje úrokovou sazbu Pribor na 14 dní spíše po své změně než před svou změnou. Údaje o úrokové sazbě Pribor na 14 dní jsou veřejně dostupné ze statistiky ČNB a tato řada je značena PRIBOR14. Stran budoucí vývoje domácí ekonomiky byl vybrán souhrnný indikátor důvěry zveřejněný Českým statistickým úřadem. Jedná se o ukazatel, který je sestaven v rámci konjunkturních a spotřebitelských průzkumů prováděných ČSÚ. Při provádění těchto průzkumů se zjišťují názory respondentů jak v podnikatelské sféře, tak i v spotřebitelském sektoru na blízkou budoucnost (s předstihem až několika čtvrtletí). Výsledkem konjunkturních výzkumů je tzv. souhrnný indikátor podnikatelské důvěry a spotřebitelských průzkumů je indikátor důvěry spotřebitelů. Souhrnný indikátor důvěry je vážený průměr těchto dvou indikátorů a vyjadřuje očekávání jak podnikatelského sektoru, tak i sektoru domácnosti na vývoj ekonomiky v blízké budoucnosti a řada těchto indikátorů je značena IES.⁶

Tyto dvě řady jsou také předmětem další transformace. První řada je transformována odečtením jednotlivé hodnoty od odpovídající repo sazby ČNB a tím se získá řada očekávaných změn měnově politické úrokové sazby ČNB. Druhá řada je transformována odečtením jednotlivé hodnoty od jejího dlouhodobého průměru. Pokud hodnota ukazatele je vyšší než její průměr, pak znamená, že důvěra subjektů v ekonomice je pozitivní a očekává se dobrý vývoj ekonomiky v blízké budoucnosti. Naopak, jestliže hodnota tohoto ukazatele je nižší než průměr, tak se neočekává pozitivní vývoj v blízké budoucnosti. Deskriptivní statistiky těchto dvou proměnných a jejich transformovaných hodnot jsou uvedeny v tabulce 3 (transformované řady v tabulce jsou vpravo).

Tabulka 3

Deskriptivní statistiky dalších proměnných zahrnutých pro modelování

	PRIBOR14	IES	PRIBOR14	IES
Průměr	3.28	93.78	0.110	-2.60E-15
Medián	2.52	96.05	0.04	2.22
Maximum	10.54	106.68	1.17	12.90
Minimum	0.85	66.42	-0.27	-27.36
Std. odch.	1.82	9.43	0.19	9.43
Šikmost	1.14	-1.06	2.32	-1.06
Špičatost	4.33	3.35	12.41	3.35
Počet pozorování	145	145	145	145

6 Souhrnný indikátor důvěry se též nazývá indikátor ekonomického sentimentu.

4.2 Výsledky odhadů parametrů lineárního modelu

Než přistoupíme k odhadu lineárního modelu, musíme ověřit stacionaritu všech vysvětlujících proměnných, abychom vyloučili případnou spornou regresi. Pro tento účel používáme upravený Dickyho-Fullerův (ADF) test na jednotkový kořen v těchto řadách. Výsledky testování jsou uvedeny v tabulce 4. Výsledky uvedené v tabulce 4 ukazují, že všechny transformované řady použité pro lineární regresi jsou stacionární na hranici pětiprocentní významnosti. Proto můžeme odhadnout lineární model mezi změnami repo sazby ČNB a zvolenými proměnnými. Výsledky jsou uvedeny v tabulce 5.

Z tabulky 5 je patrné, že z osmi vybraných proměnných, z hlediska krátkodobé závislosti, podle t-statistik a p-value jsou vliv nezaměstnanosti, měnového kurzu a tempa růstu měnového agregátu M2 jsou statisticky nevýznamné. Statisticky významné jsou pouze tři proměnné: HDP, KURZ a PRIBOR14. Naopak, poměrně překvapivé je zjištění, že lineární model nepotvrzuje významnost základního vztahu mezi změnou 2T repo sazbou a inflační mezerou na hladině významnosti 5 %, což by mělo být samozřejmé při cílování inflace. Příčinou tohoto jevu mohou být explicitní zájem centrální banky o zachování vyšší stability měnově politické úrokové sazby, širší paleta zájmů centrální banky a případně nejistota při interpretaci dynamiky inflace (Brůna, 2009). Také znaménko odhadovaných parametrů statisticky významných proměnných neodpovídá očekávání. Záporné znaménko u proměnných HDP, KURZ a PRIBOR14 znamená, že kladná mezera nad potenciální produkcí nebo dlouhodobým rovnovážným kurzem eventuálně očekávanou úrovní 2T repo sazby vede k jejímu snížení, což je proti všeobecnému očekávání. Záporné znaménko u proměnné HDP znamená, že model zachycuje spíše zpětný efekt zvýšení nebo snížení repo sazby na růst HDP. V případě proměnné KURZ lineární model je schopen zachytit pouze zpětný efekt změny repo sazby na měnový kurz. Toto zjištění je ve shodě s výsledkem práce Durčákové a spol. (2005). Záporné znaménko u proměnné PRIBOR14 lze vysvětlit tím, že centrální banka je relativně málo citlivá na očekávání finančního trhu a lineární model může zachytit pouze fázi korekce, která nastává po vyhlášení nové úrovně 2T repo sazby ČNB. O velikosti vlivu jednotlivých proměnných zahrnutých v modelu má smysl diskutovat pouze tehdy, když jsou statisticky významné. V tomto případě to jsou proměnné HDP, KURZ a PRIBOR14. Ale jak bylo uvedeno, znaménko jejich vlivu je kontradiktorní, není třeba o rozsahu jejich vlivu dále diskutovat. Hodnota $R^2 = 0,87$ je poměrně vysoká, což znamená, že celková vysvětlivací schopnost lineárního modelu je značná. Existuje tedy zřejmá diskrepance, že model jako takový má poměrně vysokou vysvětlivací schopnost, přitom žádná proměnná zahrnutá v modelu uspokojivě neprokazuje svůj vztah k vysvětlené proměnné při nepřítomnosti sporné regrese. Podle nás důvody této diskrepance mezi výstupem lineárního modelu a realitou jsou dva. Jednak vysvětlující proměnné nejsou zcela exogenní. Naopak ony jsou ovlivňovány právě změnami měnově politické úrokové míry ČNB, a proto odhadovaný vliv těchto proměnných je nekonzistentní a vlivy jednotlivých proměnných jsou pak deformované. Druhý důvod je ten, že proměnné zahrnuté v modelu jsou navzá-

jem korelované. Nízký ekonomický růst (záporná mezera k potenciální produkci) má vliv na nezaměstnanost, na inflaci, na očekávání v ekonomice, na měnový kurz a i na hodnotu měnový agregát M2 a naopak. Proto není možné zjistit, kolik je faktický vliv jednotlivé proměnné v lineárním modelu.

Tabulka 4
Výsledky testování jednotkového kořenu

Řada	Koeficient	S.E.	t-stat	p-value
CNB	-0.47	0.100	-4.65	0.0000
CPI	-0.057	0.027	-2.111	0.0369
HDP	-0.035	0.017	-2.06	0.0420
ECB	-0.47	0.091	-5.18	0.0000
KURZ	-0.741	0.081	-9.09	0.0000
M2	-0.103	0.048	-2.14	0.0318
NEZAM	-0.030	0.013	-2.26	0.0233
IES	-0.049	0.018	-2.68	0.0075
PRIBOR14	-0.29	0.069	-4.22	0.0000

Tabulka 5
Výsledky odhadu lineárního modelu se všemi regresory

Proměnná	Koeficient	S.E. odhadu	t-Stat	p-value
C	0.0685	0.0085	8.0150	0.0000
CPI	0.0058	0.0040	1.4398	0.0763
HDP	-0.0158	0.0056	-2.7798	0.0062
KURZ	-0.1720	0.0838	-2.0518	0.0421
M2	0.0003	0.0025	0.1494	0.8814
NEZAM	-0.0046	0.0110	-0.4222	0.6735
ECB	-0.0252	0.0413	-0.6103	0.5427
PRIBOR14	-1.2505	0.0496	-25.170	0.0000
IES	0.0002	0.0017	0.0923	0.9266

$R^2 = 0,87149$

4.3 Výsledky modelování repo sazby ČNB neuronovými sítěmi

V předchozí části jsme modelovali závislost změny měnově politické úrokové míry České národní banky na vybraných proměnných lineárním modelem a ukázalo se, že nelze určit vliv jednotlivých vysvětlujících proměnných v modelu na změny tzv. repo sazby. Příčinou této skutečnosti je jednak neexogenita vysvětlujících proměnných v modelu, jednak jejich vzájemné působení. Navíc lineární model není chopen zachytit nelineární vazby mezi vysvětlovanou a vysvětlujícími proměnnými, proto máme za to, že neuronové sítě mohou být vhodný nástroj pro tento úkol, v této části budeme

modelovat závislost změny měnově politické úrokové míry České národní banky na vybraných proměnných neuronovými sítěmi. Používáme pro tento účel dva typy sítě: MPL a RBF. Sítě mají různou strukturu, tedy se skládají z různých počtů skrytých neuronů ve skryté vrstvě a jako vstup do sítě používáme výhradně jen ty proměnné, které jsou významné v lineárním modelu.

Nejprve je modelována závislost změny měnově politické úrokové míry České národní banky na vybraných proměnných vícevrstvou neuronovou sítí (MLP – multilayer perceptron). Tato síť se skládá z jedné vrstvy vstupních neuronů, pak jí následuje skrytá vrstva a na konci této sítě je výstupní vrstva, ze které vychází výstup jako lineární kombinace výstupů ze skryté vrstvy. Námí zkoumaná závislost je modelována s různým počtem neuronů ve skryté vrstvě. Ve skryté vrstvě používáme od 2 do 5 neuronů, aby nedošlo k přeurčení systému. Počet neuronů v poslední vrstvě je vždy o jeden neuron více než jejich počet ve skryté vrstvě. V tabulce 6 jsou uvedeny výsledky modelování závislosti změn 2T repo sazby České národní banky na vybraných proměnných prezentované chybami modelu v závislosti na počtu neuronů ve skryté vrstvě. Než se podíváme na výsledky, uvádíme pro srovnání, že střední chyba lineárního modelu je 0,0812. Z tabulky 6 je vidět, že nejmenší střední chybu (0,0700) poskytuje neuronová síť s dvěma skrytými neurony, tedy síť s typologií ANN 5-8-1. Pro síť s architekturou 5-8-1 jsou uvedeny optimální váhy jednotlivých vstupních proměnných ve skryté vrstvě (tabulka 7) a váhy výstupů ze skrytých neuronů do lineární výstupní vrstvy (tabulka 8). Je patrné, že váhy jsou rozloženy rovnoměrně mezi jednotlivými neurony. Nicméně, je třeba konstatovat, že tyto váhy nemají statistickou interpretaci a slouží spíše jako vstupní váhy pro případnou predikci. Porovnáváme-li chyby modelu neuronové sítě s chybou lineárního modelu, zjistíme, že při modelování měnově politické úrokové míry České národní banky s vybranými proměnnými všechny uvažované sítě typu MLP zajišťují menší střední chybu než lineární model. Celková variabilita změn repo sazby je 0,22 (viz tabulka 2), tedy přibližně dvě třetiny z celkové variability

Tabulka 6

Vliv počtu skrytých neuronů v síti typu MLP na chybu modelování

H	2	3	4	5
s_e	0,0700	0,0753	0,0747	0,0758

Tabulka 7

Optimální váhy jednotlivých veličin ve skryté vrstvě optimální sítě typu MLP

Váha	Skrytý neuron	
	1	2
Konstanta	0.584	0.997
CPI	0.009	0.010
KURZ	0.011	0.009
M2	-0.007	-0.006
ECB	-0.064	-0.053
HDP	0.005	0.004
IES	0.012	0.010
PRIBOR14	0.060	0.045
NEZAM	-0.037	-0.030

Tabulka 8

Váhy ve výstupní vrstvě optimální sítě typu MLP

Č. neuronu	váha
0	-0.57337
1	-0.52472
2	1.11703

Závislost změn měnově politické úrokové míry České národní banky na pěti vybraných proměnných je dále modelována sítí RBF neuronů. Typologie sítě typu RBF je podobná vícevrstvé síti. Skládá se z vrstvy vstupních neuronů, dále je vrstva RBF neuronů a poslední je výstupní vrstva, ze které vychází výstup jako lineární kombinace výstupů ze skryté vrstvy. Závislost je také modelována s různým počtem RBF neuronů ve skryté vrstvě, a sice jejich počet se pohybuje od dvou do pěti neuronů, jako tomu bylo u sítě typu MLP. V tabulce 9 jsou uvedeny hodnoty středních chyb v závislosti na počtu skrytých RBF neuronů při modelování závislosti změn repo sazby České národní banky na pěti vybraných proměnných. Je patrné, že neuronové síť typu RBF jsou mnohem citlivější na počet neuronů ve skryté vrstvě než MLP síť. Síť s dvěma skrytými neurony poskytuje horší výsledek měřený střední chybou (0,1558) než lineární model, stejně tak jako síť s třemi skrytými neurony a s pěti skrytými neurony. Pouze síť s čtyřmi skrytými neurony, tedy s typologií ANN 5-8-1, poskytuje lepší výsledek než lineární model, nicméně horší než všechny síť typu MLP. Navíc modelování 2T úrokové sazby ČNB v síti typu RBF vyžaduje mnohem více času než v síti typu MLP. Pro neuronovou síť typu RBF se čtyřmi skrytými neurony jsou uvedeny optimální váhy jednotlivých vstupních proměnných ve skryté vrstvě (tabulka 10) a váhy výstupů ze skrytých neuronů do lineární výstupní vrstvy (tabulka 11) a tyto váhy opět mohou sloužit jako vstupní váhy pro predikci a neposkytují žádnou statistickou inferenci. Horší schopnost modelování 2T repo sazby ČNB RBF sítí než sítí typu MLP může být vysvětlena tím, že se u RBF sítí jedná o lokální model dané závislosti, zatímco síť

typu MLP jsou globální modely a proto jsou méně citlivé na lokální faktory. Z těchto výsledků můžeme konstatovat, pro modelování měnově politické úrokové sazby České národní banky je vhodné použít pouze neuronovou síť typu MLP se dvěma skrytými neurony, která poskytuje stabilní výsledky při modelování s minimální požadovanou dobou k nalezení optimálního řešení. Střední chyba modelování změn 2T repo sazby ČNB je kolem 33 %.

Tabulka 9

Vliv počtu skrytých neuronů v síti typu RBF na chybu modelování

H	2	3	4	5
s_e	0,1558	0,0106	0,0760	0,0918

Tabulka 10

Optimální váhy jednotlivých proměnných ve skryté vrstvě optimální sítě typu RBF

Váha	Skrytý neuron			
	1	2	3	4
Poloměr RBF	12.4435	12.4940	1.0005	1.3577
CPI	3.4238	3.4359	-0.8787	3.2353
KURZ	7.6248	7.6337	-4.2520	-6.0250
M2	2.7269	2.7182	2.5384	-4.9475
ECB	-1.2658	-1.2677	-0.7222	2.0694
HDP	-5.2409	-5.2372	-0.4194	2.1098
IES	2.6926	2.6928	-11.4827	-3.7358
PRIBOR14	-0.2700	1.1699	1.1700	1.1603
NEZAM	-2.6875	-2.6651	2.3266	-1.1206

Tabulka 11

Váhy ve výstupní vrstvě optimální sítě typu RBF

Č. neuronu	váha
0	7.9614
1	2.0821
2	-2.0947
3	-8.0611
4	-0.0319

5. Závěr

Cílem tohoto příspěvku je využít neuronových sítí k modelování změn měnově politické úrokové sazby, tj. 2T repo sazby, České národní banky. K splnění tohoto cíle byly zvoleny dva nejrozšířenější typy neuronových sítí: vícevrstvého perceptronu (MLP) a síť typu RBF. Jako vstupní signály do zvolených neuronových sítí byly

použity měsíční míra inflace měřená indexem spotřebitelských cen (CPI), čtvrtletní míra růstu HDP, měsíční kurz České koruny vůči Euru, měsíční míra růstu měnového agregátu M2, měsíční míra nezaměstnanosti, měnově politická úroková sazba Evropské centrální banky, mezibankovní úroková sazba PRIBOR14 a souhrnný indikátor důvěry. Ukazuje se, že se vícevrstvá síť MLP jeví jako vhodným nástrojem pro modelování změn 2T repo sazby. Poskytuje stabilní výsledek, který ve všech případech je lepší než výsledek získaný lineárním modelem měřený střední chybou modelu. Navíc nejlepší výsledek lze dosáhnout se sítí s nejjednodušší typologií a potřebný čas k dosažení tohoto výsledku je minimální. Zvolená síť dokáže vysvětlit kolem dvou třetin variability změny 2T repo sazby ČNB. Naproti tomu RBF síť poskytuje kolísavý výsledek, který v třech případech je dokonce horší než výsledek dosažený lineárním modelem. Proto můžeme síť typu RBF vyloučit jako možný nástroj pro modelování měnově politické úrokové sazby ČNB. Rovněž modelování změn 2T repo sazby v síti typu RBF je časově velmi náročné. Vyžaduje mnoho hodin k nalezení optimálního řešení. Protože neuronová síť typu MLP je zatím schopna vysvětlit pouze dvě třetiny variability vysvětlované proměnně a k modelování nebyly použity zpožděné hodnoty vysvětlujících proměnných stejně tak, jako to, že změny 2T repo sazby byly modelovány jako spojitý výstupní signál, přitom tato sazba se mění, pokud dojde k nějaké změně, po násobcích čtvrtiny jednoho procenta, bylo by zajímavé zkoumat, zda zohlednění těchto skutečností do modelování nevede ke zvýšení vysvětlovací schopnosti neuronových sítí.

Literatura

- ANDRLE, M.; HLÉDIK, T.; KAMENÍK, O.; VLČEK, J. 2009. Implementing the New Structural Model of the Czech National Bank. CNB WP 2/2009.
- BENEŠ, J.; HLÉDIK, T.; KUMHOF, M.; VÁVRA, D. 2005. An Economy in Transition and DSGE: What the Czech National Bank's New Projection Model Needs. CNB WP No. 12/2005.
- BLANCHARD, O. J.; KİYOTAKI, N. 1987. Monopolistic competition and the effect of aggregate demand. *American Economic Review* 77, pp. 647–666.
- BRADA, J.; BRŮNA, K. 2004. Analýza citlivosti referenčních úrokových sazeb Pribor na změny repo sazby České národní banky. *Politická ekonomie*. 2004, Vol. 52, No. 5, pp. 601–621.
- BRŮNA, K. 2009. Měnová politika a predikce variability úrokových sazeb na peněžním trhu. *Politická ekonomie*. 2009, Vol. 57, No. 3, pp. 361–382.
- COLANDER, D. 2010. Testimony before the Committee on Science and Technology, U.S. House of Representatives 20.7.2010. Dostupné na http://science.house.gov/sites/repUBLICANS.science.house.gov/files/documents/hearings/072010_Colander.pdf
- DURČÁKOVÁ, J.; MANDEL, M.; TOMŠÍK, V. 2005. Dynamický model nekryté úrokové parity – teorie a empirická verifikace v transitivních ekonomikách. *Politická ekonomie*. 2005, Vol. 53, No. 3, pp. 291–304.
- GALÍ, J. 2008. *Monetary Policy, Inflation and the Business Cycle: An Introduction to the New Keynesian Framework*. Princeton University Press.
- GREENE, W. H. 2003. *Econometric Analysis*. 5th edition. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall, 2003.

- HAYKIN S. 1999. *Neural Networks: A comprehensive foundations*. 2nd edition. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall, 1999.
- CHARI, V. V. 2010. Testimony before the Committee on Science and Technology, U.S. House of Representatives 20. 7. 2010. Dostupné na <http://www2.econ.iastate.edu/classes/econ502/tesfat-sion/Chari.StateOfMacro.CongressionalTestimony.July2010.pdf>
- KING, M. 2003. What Has Inflation Targeting Achieved? In BERNANKE, B. S.; WOODFORD, M. (Eds.) *The Inflation Targeting Debate*. NBER, University of Chicago Press, pp. 11–16.
- KOCHERLAKOTA, N. 2010. Modern Macroeconomic Models as Tools for Economic Policy. *Banking and Policy Issues Magazine*. Federal Reserve Bank of Minneapolis.
- KŘIVÝ, I.; TVRDÍK, J.; KRPEC, R. 2000. Stochastic Algorithms in Nonlinear Regression. *Computational Statistics and Data Analysis*. 33(3), pp. 277–290.
- KYDLAND, F. E.; PRESCOTT, E. C. 1982. Time to build and aggregate fluctuations. *Econometrica* 50(6), pp. 1345–1370.
- LUCAS, R. E. Jr. 1972. Expectations and the neutrality of money. *Journal of Economic Theory* 4(2), pp. 103–124.
- MANKIW, N. G. 2006. The Macroeconomist as Scientist and Engineer. *The Journal of Economic Perspectives* 20(4), pp. 29–46.
- MICHALEWICZ, Z.; FOGEL, D. B. 2004. *How to Solve It: Modern Heuristics*. 2nd edition. Springer, 2004. ISBN 978-3-540-22494-5.
- SMETS, F.; WOUTERS, R. 2003. An estimated stochastic dynamic general equilibrium model of the euro area. *Journal of the European Economic Association* 1(5), pp. 1123–1175.
- SOLOW, R. 2010. Testimony before the Committee on Science and Technology, U.S. House of Representatives 20.7.2010. Dostupné na <http://www.scribd.com/doc/55379858/Solow-Testimony>
- ŠNOREK, M.; JIŘINA, M. 1997. *Neuronové sítě a neuropočítače*. Skripta ČVUT, Praha, 1997.
- TAYLOR J. B. 1993. Discretion versus policy rules in practice. *Carnegie Rochester Conference Series on Public Policy*, 1993, Vol. 39, pp. 195–214.
- TVRDÍK, J.; KŘIVÝ, I. 1999. Simple Evolutionary Heuristics for Global Optimization. *Computational Statistics and Data Analysis*. 1999, 30(3), pp. 345–352.
- VILLAVERDE, J. F. 2010. The econometrics of DSGE model. *International Review of Economics*. 2010, 1(1), pp. 3–43.
- WOODFORD, M. 2003. *Interest and prices: Foundations of a theory of monetary policy*. Princeton, New Jersey: Princeton University Press.
- WOODFORD, M. 2008. Convergence in Macroeconomics: Elements of a New Synthesis. Paper presented in the session “Convergence in Macroeconomics” at the annual meeting of the American Economic Association, January 2008.
- Zákon o České národní bance. Zákon č. 6/1993, Sbírka zákonů ČR.

MODELING THE CNB'S MONETARY POLICY INTEREST RATE BY ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS

Jaromír Kukul, Czech Technical University in Prague, Trojanova 13, Praha 2 (jaromir.kukul@jfifi.cvut.cz); **Tran Van Quang**, University of Economics in Prague, nám. W. Churchilla 4, CZ – 130 67 Praha 3 (tran@vse.cz)

Abstract

Knowledgeability about interest rates set by a central bank is very important for all participants in an economy. In this paper we have used publicly available data to model how Czech National Bank manipulates its 2W repo rate when conducts its monetary policy. For this purpose, eight indicators are chosen. They are the Consumer Price Index (CPI), GDP growth rate (HDP), the monthly exchange rate EURCZK (KURZ), the monthly growth rate of monetary aggregate M2 (M2), the monthly unemployment rate (NEZAM), the monetary policy interest rate of the European Central Bank (EBC), the two-week Prague Interbank Interest rate PRIBOR14 and Economic Sentiment Indicator (IES). First, they are used as explanatory variables and then as the input signals to two different artificial neural network types with different architecture: the multilayer perceptron (MLP) and radial basis function (RBF) nets with different number of hidden neurons to model 2W repo rate of CNB. As a result, we find that while the RBF network fails to provide stable results superior to the one of the linear model, the MLP network always can deliver better results than the one of the linear model. The best results are achieved with a network with only two hidden neurons. Further, these results are relatively stable with minimum time needed to complete the calculation. The MLP network therefore seems to be a promising tool for modeling the 2W repo rate of CNB.

Keywords

CNB, 2W repo rate, linear model, Artificial neural network, multilayer perceptron, RBF

JEL classification

C54, C61, E52