Oceňování opcí se zahrnutím skoků v období intervencí

*Martin Diviš**

Abstrakt:

Rovnovážný měnový kurz významně ovlivnily intervence České národní banky proti české koruně. Článek se zaměřuje na vliv intervencí na oceňování opcí na podkladové aktivum měnový pár EURCZK v letech 2013-2017. Jsou popsány a vypočítány ceny měnových opcí podle odlišných přístupů odhadu historických volatilit a implikované (kotované) volatility. Zároveň je díky implikované volatilitě provedena kalibrace modelu se skoky, který dokáže popsat nespojitý vývoj podkladového aktiva. Pro lepší porovnání jsou pro výpočet volatilit a odhad modelu použity i data před intervencí a těsně po ní. Z odhadnutých parametrů modelu se skoky lze vidět, že trh v roce 2013 nedůvěřoval české ekonomice a očekával skokovou depreciaci koruny. V letech 2014 a 2015 trh očekával zachování deklarované hranice měnového kurzu, a proto předpokládal pouze možnost skokového oslabení koruny. Od roku 2016 již očekával ukončení intervencí a skokové posílení koruny. Díky velkému počtu spekulantů a prodejům velkého množství korun po uvolnění kurzového závazku v roce 2017 opět trh očekával skokové oslabení koruny.

Klíčová slova: Opce; Volatilita; Model se skoky; Intervence.

JEL klasifikace: C61, E5.

1 Úvod

Nejzajímavějším podkladovým aktivem blízké minulosti je bezesporu měnový kurz EURCZK, který měl díky intervencím¹ České národní banky specifický vývoj, ve kterém nebyla nouze i o větší skoky. Práce se zabývá otázkou, zdali trh očekával, že ČNB uvolní kurzový závazek nejdříve v druhém kvartálu roku 2017, jak ČNB mnohokrát deklarovala. Otázkou je, jakou velikost a směr skoku ve vývoji měnového kurzu po ukončení intervencí trh očekával a jestli předpokládal skokovou depreciaci koruny vůči euru na konci roku 2013. Měnový kurz EURCZK je podkladovým aktivem klasických (plain vanilla) opcí, jejichž oceňováním se práce také zabývá. Dalším cílem práce je zjistit, jestli se snížila po ukončení intervencí implikovaná (kotovaná) volatilita a jestli souviselo zvýšení implikované volatility s nedůvěrou odhodlání ČNB pokračovat v intervencích.

* Martin Diviš; Vysoká škola ekonomická v Praze, Fakulta financí a účetnictví, katedra bankovníctví a pojišťovnictví, nám. W. Churchilla 4, 130 67 Praha 3; <divm04@vse.cz>.

Příspěvek byl zpracován za podpory interního grantu VŠE IG 102027.

¹ Intervence ČNB trvaly od 7. 11. 2013 do 6. 4. 2017.

Přestože za Blackův-Scholesův model² byla udělena Nobelova cena, předpoklad konstantní volatility není korektní a na volatilních trzích vede ke značným odchylkám ocenění. V praxi se do vzorce nedosazuje konstantní volatilita, nýbrž volatilita historická³ nebo implikovaná. Graf implikované volatility se nazývá volatilní úsměv (volatility smile) a závisí na deltě (případně realizační ceně). Blackův-Scholesův přístup nepředpokládá skoky ve vývoji podkladového aktiva měnového kurzu způsobené intervencemi centrální banky. Model se skoky je kalibrován z tržních dat⁴, a proto dokáže zachytit realitu trhu i v období intervencí. Dokáže totiž predikovat výši skoku a jeho směr. Model podrobně popisuje Merton (1976). Nevýhodou modelu se skoky je obtížná kalibrace.

Parametry modelu se skoky mohou složit také jako kvantifikátory pravděpodobného budoucího vývoje měnového kurzu. Parametr velikosti skoku popisuje směr a výši skoku, a tudíž dokáže vyčíslit jakou apreciaci či depreciaci koruny vůči euru trh v daném momentu předpokládá. V článku je vypočten vliv intervencí na hodnoty opcí (a jejich volatility) na měnový pár EURCZK a jsou srovnány rozdílné přístupy odhadu volatility. Hodnota volatility je klíčová pro správné určení ceny opcí.

Fleming (1998) dospěl k závěru, že implikovaná volatilita dominuje v predikování budoucí volatility nad historickou. Další možností je oceňování opcí pomocí modelů stochastické volatility. Opce s podkladovým aktivem měnovým kurzem by se daly ocenit Hestonovým modelem popsáním v Heston (1993) nebo SABR modelem, který poprvé publikovali Hagan et al. (2002). Navíc je možné tyto modely rozšířit o skoky. Například kalibraci Hestonova modelu se skoky popisuje Kyprianou, Schoutens a Wilmott (2005). Prémie za stochastickou volatilitu je popsána v článcích Barndorff-Nielsen a Veraart (2013), Gollier (2016).

Problematikou vývoje měnového kurzu při kurzových intervencích a využití modelu se skoky se zabývá pouze zahraniční literatura. De Jong, Drost a Werker (2001) popisují využití modelu se skoky pro predikování budoucího vývoje kurzu při ukončení kurzového závazku. Salmon (2011) popisuje reakce trhu na prohlášení Švýcarské národní banky⁵ pomocí volatilní plochy⁶. Mutakaya, Chikodza a Chiyaka (2014) modelují vývoj měnového kurzu během intervencí a zkoumají náklady na

² V práci je použit Garmanův-Kohlhagenův vzorec, jenž je modifikací slavného Blackova-Scholesova přístupu pro oceňování měnových klasických opcí.

³ Volatilita se vypočítá z minulých pozorování, nejčastěji ročních dat.

⁴ Konkrétně je model naklibrován z implikované volatility. Pro český trh je k dispozici kotace pouze pro pět delt, kvůli čemuž přesnost ocenění pomocí implikované volatility dosazené do Blackova-Scholesova vzorce závisí na vhodné interpolační metodě.

⁵ Příspěvek byl v roce 2011, kdy SNB také intervenovala a měla navázaný kurz švýcarského franku na euro.

⁶ Častěji je využíván anglický název „volatility surface“. Graf volatility surface závisí na deltě a čase do splatnosti.

intervence. Optimální intenzitou a výši intervencí pro udržení kurzu v daném pásmu při minimalizování nákladů intervencí se zabývá Cadenillas a Zapatero (1999).

Sledované období vývoje kurzu EURCZK je posledních pět let, tedy před intervencí, během intervence a po intervenci. Volatility a ceny jsou v článku vypočítány k poslednímu dubnovému pátku v každém roce. Všechny výpočty jsou provedeny na reálných datech stažených z terminálu Bloomberg.

2 Garmanův-Kohlhagenův model

Pro účely ocenění využijeme modifikaci Blackova-Scholesova přístupu pro měnové opce, známou jako Garmanův-Kohlhagenův model s následujícím vzorcem

$$C = S_0 e^{-r_f T} N(d_1) - K e^{-r_d T} N(d_2), \quad (1)$$

pro call opci a pro put opci

$$P = K e^{-r_d T} N(-d_2) - S_0 e^{-r_f T} N(-d_1), \quad (2)$$

kde

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r_d - r_f + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}, \quad (3)$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}, \quad (4)$$

S_0 je spotová cena v čase 0, K je realizační cena, σ je volatilita, T je doba do splatnosti, r_d je domácí úroková míra, r_f je zahraniční úroková míra a $N(x)$ je normální rozdělení.

Nevýhodou zmíněného přístupu je, že předpokládá konstantní volatilitu a že výnosy podkladového aktiva jsou spojité a řídí se normálním rozdělením. Avšak odhadovaná historická i implikovaná volatilita nejsou konstantní. Navíc implikovaná volatilita je kotovaná na trhu a pomocí rizikového obratu (risk reversal) a motýlka (butterfly) dokáže upravit šikmost a špičatost rozdělení, takže již nepracujeme s normálním rozdělením, ale přiblížíme se skutečnému rozdělení. Mnohdy se ve vývoji podkladového aktiva navíc objeví skoky, které dokáže popsat model se skoky.

I když tento vzorec nedokáže popsat zcela přesně silné chvosty a skoky v podkladovém aktivu apod., jedná se, zejména díky své jednoduchosti, o tržní standard využívaný v praxi (se zahrnutím nekonstantní volatility). V článku budeme Garmanův-Kohlhagenův model aplikovat na ocenění opcí na podkladové aktivum měnový pár EURCZK. Pro ilustraci je přiložen graf 1 s vývojem kurzu EURCZK od ledna 2013 do října 2017.

Graf 1 Ilustrace vývoje měnového kurzu EURCZK (v Kč za Euro)

Zdroj: vlastní zpracování na základě dat ČNB (2017).

3 Implikovaná volatilita

Z empirických (reálných) dat bylo zjištěno, že volatilita není konstantní, ale závisí na čase a realizační ceně. Implikovanou volatilitu můžeme získat zpětným dopočtem z Blackova-Scholesova vzorce či jeho modifikace, pokud známe všechny parametry a zároveň cenu opce.

Realizační cena se často nahrazuje poměrem spotové a realizační ceny (moneyness), anebo deltou, což je první derivace vzorce podle spotové ceny. V tomto článku budeme strike nahrazovat deltou, protože se jedná o nejčastěji využívaný způsob kótování a výpočtu volatility. Z terminálu Bloomberg bylo staženo pět různých delt s pěti různými časy do splatnosti. Na českém trhu bohužel není kotováno více delt, takže přesnost ocenění s implikovanou volatilitou závisí na použité metodě interpolace.

Graf 2 Volatilní úsměv (v %)

Zdroj: přepracování grafu z Bloomberg (2017).

Na grafu 2 je znázorněn volatilní úsměv měnového páru EURCZK k 28. 4. 2017 s časem do splatnosti (tenor) jeden rok. Hodnota volatility závisí na velikosti delty. Na grafu 2 vidíme, že call opce mají větší volatilitu než put opce při dané deltě (pravý chvost nabývá větších hodnot).

Hodnota delty je na Bloombergu kótovaná na penězích. Čím menší hodnota delty (index) putu či callu, tím více je volatilita větší. Na terminálech je kromě delty na penězích (ATM), kótována také delta rizikového obratu a delta motýlka. Z těchto hodnot a interpolace se určí hodnoty volatilit v celém definičním oboru.

Graf 3 Volatilní plocha

Zdroj: Bloomberg (2017).

Na grafu 3 je volatilní plocha měnového páru EURCZK (volatility surface), jež závisí na deltě a čase do splatnosti.

3.1 Konstrukce implikované volatility

Pro určení hodnot volatilního úsměvu na určitém čase do splatnosti (v práci jsou použity časy do splatnosti opce 1Y, 9M, 6M 3M a 1M) je potřeba kromě delty na penězích z Bloombergu stáhnout také hodnotu delty rizikového obratu a delty

motýlka. Z těchto hodnot se zjistí jednotlivé body funkce, které se mohou pomocí vhodné interpolační metody spojit.

Pro konstrukci implikované volatility bylo staženo pět kótovaných hodnot nejčastěji využívaných obchodníky s měnovými opcemi:

- ATM implikovaná volatilita
- 10 Delta Risk Reversal (rizikový obrat)
- 25 Delta Risk Reversal (rizikový obrat)
- 10 Delta Butterfly (motýlek)
- 25 Delta Butterfly (motýlek)

Na pozitivní straně (napravo od bodu ATM) horizontální osy jsou call delty, zatímco na negativní straně jsou put delty. Hodnoty u put a call opcí mohou být od 0 do 50. Navíc z put-call parity vyplývá, že 10D put je -10D respektive 90D call a 25D put je -25D neboli 75D call. Pro kratší maturity u měnových opcí u empirických dat bylo vyzorováno, že volatilní úsměv je zřídka symetrický mezi call a put opcemi.

Rizikový obrat je dlouhá pozice callu mimo peníze a krátká pozice putu mimo peníze se symetrickou deltou. Rizikový obrat určuje míru šikmosti volatility. Blackův-Scholesův přístup zjednodušeně předpokládá nulovou šikmost, a tedy symetrickou distribuci výnosu podkladového aktiva. Negativní rizikový obrat znamená, že levý chvost rozdělení pravděpodobnosti je větší než pravý chvost. Zatímco pozitivní rizikový obrat implikuje, že levý chvost je menší než pravý.

Weizmann (2007) popisuje, že motýlek je krátká pozice mimo peníze straddle (dlouhý call a put se stejným strikem a expirací) a dlouhá pozice v strangle (složení dlouhé delty callu a putu). Motýlek měří rozdíly mezi průměrnou implikovanou volatilitou pro jednotlivé cally a puty se stejným poměrem spotové a realizační ceny a implikovanou volatilitou na penězích. Motýlek zachycuje špičatost rozdělení pravděpodobnosti podkladového aktiva nebo zakřivení volatilního úsměvu. Špičatost normálního rozdělení je nulová, ale většina trhů indikuje pozitivní špičatost ve výnosech podkladového aktiva. Pozitivní motýlek znamená, že cally mimo peníze stejné delty jsou dražší než call na penězích neboli, že rozdělení pravděpodobnosti je leptokurtoické.

Mimo jiné je také důležité si uvědomit, že pokud implikovaná volatilita roste, tak delta mimo peníze opce také roste, zatímco delta v penězích opce klesá. Opce na penězích zůstává tímto růstem téměř neovlivněná (roste jen lehce).

Graf 4 Konstrukce volatilního úsměvu

Zdroj: Mital (2017).

Konstrukci volatilního úsměvu pro všechny delty popisuje graf 4. Na grafu 4 vidíme vliv rizikového obratu (RR) a motýlka (BF) na průběh funkce. Hyperbolou je znázorněn volatilní úsměv, lineární čáry jsou spojnice mezi body, které určuje motýlek a rizikový obrat. Jelikož se jedná o opce s krátkou maturitou, volatilní úsměv není symetrický. Put opce jsou na negativní straně horizontální osy.

Nejjednodušší a také nejvyužívanější kalkulace volatilního úsměvu je dle Reiswich, Wystup (2012) definována pomocí následujících vzorců:

$$\sigma_{xC} = \sigma_{ATM} + \frac{1}{2} * \sigma_{xRR} + \sigma_{xBF}, \quad (5)$$

$$\sigma_{xP} = \sigma_{ATM} - \frac{1}{2} * \sigma_{xRR} + \sigma_{xBF}, \quad (6)$$

kde pro rizikový obrat platí $\sigma_{xRR} = \sigma_{xC} - \sigma_{xP}$ a motýlek je určený jako

$$\sigma_{xBF} = \frac{\sigma_{xC} + \sigma_{xP}}{2} - \sigma_{ATM}, \quad (7)$$

kde x určuje konkrétní deltu. Všimněme si, že hodnota put a call opce se liší ve znaménku rizikového obratu a po dosazení σ_{xRR} a σ_{xBF} se strany rovnice musí rovnat.

4 Historická volatilita

Nejčastěji využívanou hodnotou volatility při oceňování opcí je pro svou jednoduchost volatilita vypočtená z historických dat. Historickou volatilitu si můžeme rozdělit podle toho, jestli každému pozorování přiřadíme stejnou váhu. Výpočetně nejjednodušší je nevážená metoda, která každému pozorování přiřazuje stejnou váhu. Často používané metody výpočtu, které novějším pozorováním přiřazují vyšší váhu, jsou EWMA a GARCH. Výhodou metody GARCH je, že ve své predikci zahrnuje vlastnost návratu k průměru (mean-reversion), která je typická pro vývoj volatility podkladového aktiva. Nevýhodou je složitější kalibrace parametrů.

V této práci bude pro odhad historické volatility využita, kromě nevážené historické volatility, EWMA metody i nejsofistikovanější metoda GARCH. Odhad volatility bude proveden vždy na roční historii dat. U historické volatility se nerozlišuje doba splatnosti (kromě GARCH metody) ani realizační cena opce.

4.1 Historická nevážená volatilita

Historická nevážená (klasická) volatilita se vyjadřuje jako

$$\sigma_n^2 = \frac{\sum_{i=1}^m (u_{n-i} - \bar{u})^2}{m - 1}. \quad (8)$$

Historická volatilita byla vypočtena z 261 pozorování, jelikož rok má průměrně 261 pracovních dnů. Hodnoty měnového kurzu jsou kótovány i přes svátky, pokud svátek připadá na pracovní den. Proto je využit anualizační faktor $\sqrt{261}$.

4.2 EWMA

EWMA metoda má následující vyjádření:

$$\sigma_n^2 = (1 - \lambda) * u_{n-1}^2 + \lambda * \sigma_{n-1}^2. \quad (9)$$

Tab. 1 Výše parametru λ v EWMA metodě

Rok	λ
2013	0,964
2014	0,936
2015	0,794
2016	0,931
2017	0,984
Průměr 1	0,922
Průměr 2	0,944

Zdroj: vlastní zpracování na základě dat z Bloomberg (2017).

Parametr λ v tabulce 1 je odhadován pomocí metody maximální věrohodnosti. Průměr 1 je aritmetický průměr všech hodnot, průměr 2 je aritmetický průměr hodnot bez největší a nejmenší hodnoty.

Graf 5 Vývoj volatility vypočtené EWMA metodou pro různé hodnoty λ (v %)

Zdroj: vlastní zpracování na základě dat z Bloomberg (2017).

Poznámka: Na grafu 5 vidíme, že hodnoty pro oba parametry vychází téměř stejně. Roční volatilita kolísá mezi 0,1 až 21 procenty.

4.3 GARCH

Podrobněji bude v práci popsán nejsložitější odhad historické volatility-GARCH model. Nejpopulárnější GARCH model – GARCH (1,1) – má následující vzorec:

$$\sigma_n^2 = \omega + \alpha * u_{n-1}^2 + \beta * \sigma_{n-1}^2, \quad (10)$$

kde volatilita v čase n závisí na parametru ω , což je součin váhy a dlouhodobého průměrného rozptylu V_L v čase $n - 1$, součinu parametru α a výnosu na druhou v čase $n - 1$, součinu parametru β a rozptylu v čase $n - 1$.

Pro parametry musí platit následující rovnice:

$$\frac{\omega}{V_L} + \alpha + \beta = 1. \quad (11)$$

Pokud parametr ω je roven nula, pak dostaneme EWMA model. Pokud odhad parametru vyjde menší než 0, GARCH model není stabilní, je lepší využít EWMA model.

K odhadu parametrů ω , α a β využijeme metodu maximální věrohodnosti. Pro robustnější odhad⁷ využijeme metodu cílování rozptylu, kterou popisuje Engle a Mezrich (1996), kde dlouhodobý rozptyl V_L určíme jako klasický rozptyl (stejně jako u nevážené historické metody) z dat a z rovnice

$$\omega = V_L * (1 - \alpha - \beta) \quad (12)$$

stačí odhadnout parametry α a β pomocí metody pro hladkou nelineární funkci.

Tab. 2 Parametry GARCH modelu

Datum	ω	V_L	α	β
26. 4. 2013	3,837E-07	1,280E-05	0,045	0,925
25. 4. 2014	5,039E-06	1,463E-05	0,188E-04	0,655
24. 4. 2015	1,030E-07	4,790E-06	0,096	0,882
29. 4. 2016	1,256E-08	1,312E-06	0,103	0,887
28. 4. 2017	2,868E-08	1,677E-06	0,266	0,717

Zdroj: vlastní zpracování na základě dat z Bloomberg (2017).

Parametr α vychází většinou okolo 0,1 a parametr β okolo 0,9. V tabulce je dopočítán i parametr V_L , což je dlouhodobý rozptyl. Byla využita roční historie, tzn. průměrně 261 pozorování.

V tabulce 2 si můžeme všimnout, že hodnoty parametrů 25. 4. 2014 se liší. Optimalizace dost dobře nevycházela, jelikož v listopadu 2013 se v podkladovém aktivu objevil velký skok způsobený intervencí. Již nelze použít metodu pro hladkou nelineární funkci, proto byla využita metoda pro nehladký problém, která však není tak přesná. V tomto období je korektnější volatilitu spočítat pomocí metody EWMA, pokud tedy do predikce volatility nezahrneme skoky.

Očekávaný rozptyl je vyjádřen následovně:

$$E(\sigma_{n+t}^2) = V_L + (\alpha + \beta)^t * (\sigma_n^2 - V_L), \quad (13)$$

pro EWMU je současný rozptyl roven očekávanému budoucímu rozptylu, jelikož $\alpha + \beta = 1$. Avšak pro GARCH rozptyly nejsou rovné, jelikož $\alpha + \beta < 1$. Proto se očekávaný rozptyl určí podle vzorce:

$$\sigma(T)^2 = 261 * \left[V_L + \frac{1 - e^{-aT}}{aT} * (V(0) - V_L) \right], \quad (14)$$

kde 261 je průměrný počet všedních dnů za rok, V_L je dlouhodobý rozptyl, $V(0)$ je současný rozptyl, $a = \ln \frac{1}{\alpha + \beta}$. Symbol T představuje dobu splatnosti, v této práci

⁷ Při odhadu všech tří parametrů najednou vychází dlouhodobý průměr záporný, což nedává ekonomický smysl.

jsou využity tenory 1Y, 9M, 6M, 3M, 1M a z nich spočtený příslušný počet pracovních dnů, jak uvádí Hull (2012).

Tab. 3 Hodnoty volatility vypočtené GARCH modelem (v %)

Datum	1Y	9M	6M	3M	1M
26. 4. 2013	5,682	5,650	5,587	5,435	5,191
25. 4. 2014	6,179	6,179	6,179	6,179	6,179
24. 4. 2015	3,453	3,426	3,378	3,276	3,143
29. 4. 2016	1,534	1,452	1,326	1,117	0,886
28. 4. 2017	3,103	3,348	3,723	4,331	4,928

Zdroj: vlastní zpracování na základě dat z Bloomberg (2017).

Uvedené hodnoty v tabulce 3 jsou v procentech. Hodnoty GARCH modelu se zvětšujícím časem konvergují k hodnotě nevážené historické volatility. V letech 2013, 2015 a 2016 je GARCH menší než nevážená historická volatilita a postupně se hodnoty volatility s rostoucím časem zvětšují.

Na rozdíl od nevážené historické volatility závisí GARCH volatilita na čase do expirace. Parametry α , β totiž v čase způsobují kolísání okolo dlouhodobého rozptylu, ke kterému se volatilita přibližuje díky vlastnosti návratu k průměru.

5 Porovnání volatilít

V minulé kapitole jsme si ukázali tři možné způsoby výpočtu historické volatility. Jejich srovnání s již zmíněnou implikovanou volatilitou si ukážeme na grafu 6.

V grafu 6 vidíme výši volatilít za pět let určenou pomocí historické nevážené metody, EWMA, GARCH s časem do splatnosti jeden rok a implikovanou volatilitou s deltou 0,5 a časem do splatnosti jeden rok. V grafu 6 lze vidět, že od dubna 2015 do dubna 2017 je hodnota implikované volatility větší než jakákoliv hodnota historické volatility. Což lze vysvětlit tím, že trh do kotace výše hodnoty zahrnuje očekávání skoku.

GARCH je s časem jeden rok k daným datům a pak je ponechán konstantní (z důvodu komplikované opakované kalibrace. Parametr EWMA je určen jako průměr parametrů odhadovaných na datech za jeden rok. Historická nevážená volatilita je počítána na 261 pozorováních. Proto jsou hodnoty porovnány až od 26. 4. 2013., aby u historické volatility při daných datech bylo možné použít roční historie. Všechny hodnoty jsou v procentech.

Na grafu 6 lze také vidět, že volatilita nejvíce kolísá u EWMA metody, nejméně u implikované volatility (dáno i tím, že se jedná o ATM volatilitu). Nevážená historická volatilita v průběhu času klesá, je totiž zvýšená kvůli obrovské změně výnosů způsobené depreciací koruny v listopadu 2013. Bohužel hodnoty GARCH nejsou graduálnější kvůli nutnosti každé období znovu kalibrovat parametry. Opět

Ize vidět, že hodnota implikované volatility je největší od dubna 2015 až do dubna 2017, kdy byly intervence ukončeny.

Graf 6 Výše volatility dle metody výpočtu (v %)

Zdroj: vlastní zpracování na základě dat z Bloomberg (2017).

Graf 7 Porovnání historické nevážené volatility s implikovanou volatilitou 10D Call a 90D Call (v %)

Zdroj: vlastní zpracování na základě dat z Bloomberg (2017).

Záměrně je srovnávána historická volatilita s volatilitou odlehlejších delt (chvostů). Na grafu 7 lze vidět, že je historická volatilita vždy nižší než 10D Call a až na roční období, kdy je do výpočtu zahrnut skok způsobený intervencí, menší než 90D Call, což je 10D Put. Graf 7 je empirickým důkazem, že klasická metoda výpočtu volatility je většinou v hodnotách chvostů rozdělení podhodnocená oproti metodě implikované (tržní). V historické volatilitě, na rozdíl od implikované volatility, očividně není zahrnuto očekávání skoku.

Vidíme, že u delty rovné 0,1 je nejdříve větší volatilita u call opce a od září 2015 je větší volatilita u put opce až do 5. 4. 2017 (včetně), kdy byl kurz uvolněn. Trh tedy od konce roku 2015 předpokládal, že intervence bude uvolněná a dojde ke skokové apreciaci koruny.

Jakmile máme vypočtené hodnoty volatilit, není již obtížné z Garmanova-Kohlhagenova vzorce vypočítat finální ceny opcí.

Tab. 4 Porovnání cen klasických call opcí s roční splatností a deltou 0,5

Datum	HV	EWMA	GARCH	IMV
26.4.2013	0,571	0,423	0,561	0,548
25.4.2014	0,661	0,114	0,662	0,412
24.4.2015	0,365	0,334	0,357	0,595
29.4.2016	0,191	0,051	0,156	0,386
28.4.2017	0,207	0,564	0,316	0,513
SSE	0,247	0,287	0,211	0

Zdroj: vlastní zpracování na základě dat z Bloomberg (2017).

V tabulce 4 jsou ceny měnových opcí podle použité metody výpočtu volatility. Řádek SSE je zkratka pro součet čtverců rozdílů konkrétní metody a ceny vypočtené za pomoci implikované volatility. Nejmenší rozdíl od implikované volatility vychází u metody GARCH. Výše hodnoty opce samozřejmě koresponduje s výší hodnoty volatility (viz graf 6).

Výsledky cen call opcí z tabulce 4 jsou u Garmanova-Kohlhagenova vzorce využívajícího implikovanou volatilitu od roku 2015 (včetně) až na jednu výjimku vyšší než hodnoty ze stejného vzorce, ale využívající jednu z metod historické volatility. I toto může být argument pro tvrzení, že implikovaná volatilita přesněji predikuje budoucí chování trhu, jelikož případný skok ve vývoji podkladového aktiva může hodnotu opce dostat značně do peněz.

Nevýhodou implikované volatility je, že pro měnový pár EURCZK jsou běžně kótovány hodnoty jen pro pět delt a tenory jsou kótovány s maximální četností jeden měsíc, takže je potřeba vhodnou interpolační metodou vyhladit volatilní plochy, který bude přesně určovat ceny opcí pro jakoukoliv kombinaci časů a delt. Jednoduchá lineární interpolace není teoreticky správná a může vést ke značným

zkreslením. Teoreticky korektnější metody vyhlazení grafu volatilní plochy už jsou mnohem komplikovanější.

Stojí proto za uvážení, zda není jednodušší z implikované volatility nakalibrovat model se skoky. Tento model je navíc teoreticky korektnější vzhledem k zahrnutí skoků, které se zejména při aktivní politice centrální banky ve vývoji měnového kurzu často objevují.

6 Model se skoky

Merton (1976) popisuje model se skoky následující stochastickou rovnicí:

$$\frac{dS}{S} = (r_d - r_f - \lambda k)dt + \sigma dW + dP, \quad (15)$$

kde dW a dP je Wienerův, respektive Poissonův proces, procesy jsou navzájem nezávislé. λ je průměrný počet skoků za rok, k je průměrná velikost skoku vyjádřená jako podíl měnového kurzu, σ je volatilita geometrického Brownova pohybu.

Častý případ modelu se skoky je, že logaritmus velikosti procentuálního skoku má normální rozdělení. Standardní odchylka normálního rozdělení je značena jako s . Potom má hodnota opční ceny tento zápis:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda' T} * (\lambda' T)^n}{n!} * f_n, \quad (16)$$

kde $\lambda' = \lambda(1 + k)$ a kde f_n je Garmanův-Kohlhagenův vzorec s volatilitou $\sqrt{\sigma^2 + \frac{n s^2}{T}}$ a s risk-neutrální mírou $r_d - \lambda k + \frac{n * \ln(1+k)}{T}$.

Výhodou modelu se skoky je fakt, že uvažuje skoky ve vývoji pokladového aktiva a má silnější chvosty rozdělení než Garmanův-Kohlhagenův model. Nevýhodou je obtížná kalibrace parametrů.

6.1 Kalibrace parametrů modelu se skoky

Z tržních dat (implikované volatility na penězích, rizikového obratu, motýlka) si určíme body volatilní plochy ke konkrétním dnům (viz tabulka 5). Ke každému dni máme pět realizačních cen 10D Put (90D Call), 25D Put (75D Call), ATM, 25D Call, 10D Call (více jich není kotováno) a pět času do splatnosti 1Y, 9M, 6M, 3M, 1M. Tyto časy do splatnosti byly zvoleny z praktických důvodů, jelikož data nad jeden rok nebyly za posledních pět let pro zvolený měnový pár vždy k dispozici a časy do splatnosti menší než jeden měsíc nejsou vhodné pro kalibraci modelu se skoky.

Tab. 5 Hodnoty implikované volatility (v %)

Tenor	Datum	10D Put	25D Put	ATM	25D Call	10D Call
1Y	26. 4. 2013	5,45	5,26	5,56	7,05	8,74
	25. 4. 2014	5,64	4,06	3,88	5,48	8,19
	24. 4. 2015	7,14	5,58	5,63	7,23	10,14
	29. 4. 2016	8,75	5,61	3,67	3,85	5,25
	28. 4. 2017	6,49	5,17	4,94	6,13	8,67
9M	26. 4. 2013	5,42	5,21	5,47	6,82	8,38
	25. 4. 2014	4,96	3,74	3,75	5,31	7,84
	24. 4. 2015	7,36	5,57	5,61	7,07	9,81
	29. 4. 2016	8,30	5,22	3,53	3,52	5,06
	28. 4. 2017	6,55	5,11	4,96	6,05	8,36
6M	26. 4. 2013	5,39	5,14	5,36	6,53	7,90
	25. 4. 2014	4,35	3,41	3,52	5,04	7,32
	24. 4. 2015	6,64	5,40	5,52	6,84	9,21
	29. 4. 2016	7,55	4,85	3,22	3,21	4,61
	28. 4. 2017	6,36	5,21	5,16	6,16	8,15
3M	26. 4. 2013	5,30	4,99	5,18	6,09	7,15
	25. 4. 2014	4,01	3,13	3,29	4,66	6,66
	24. 4. 2015	6,34	5,29	5,43	6,52	8,55
	29. 4. 2016	6,87	4,43	2,90	2,88	4,13
	28. 4. 2017	6,29	5,28	5,26	6,16	7,91
1M	26. 4. 2013	5,25	4,94	5,00	5,51	6,16
	25. 4. 2014	3,44	2,89	3,09	4,12	5,53
	24. 4. 2015	6,44	5,29	5,30	6,13	8,05
	29. 4. 2016	5,43	3,44	2,31	2,26	3,26
	28. 4. 2017	6,48	6,15	6,18	6,84	8,00

Zdroj: vlastní zpracování na základě dat z Bloomberg (2017).

Uvedené hodnoty v tabulce 5 jsou v procentech. Pokud je rizikový obrat záporný, pak je volatilita pro put opce větší než pro call opce, což nastalo pouze v 29. 4. 2016. Motýlek je vždy kladný, proto nejmenší volatilita je ve všech datech v ATM.

Z tabulky 5 použijeme 25 bodů pro konkrétní data a nakalibrujeme čtveřici parametrů $\theta = (\lambda, k, s, \sigma)$. Z definice modelu musí platit, že $\lambda \geq 0, s, \sigma > 0$. Navíc parametr n je třeba omezit, aby nenabýval nekonečna, proto budeme předpokládat, že n je 10. Zkreslení výsledku by nepřineslo ani kdyby parametr n byl pouze 6.

Kalibraci provedeme minimalizováním sumy nejmenších čtverců s následujícím vzorcem

$$\hat{\theta} = \operatorname{argmin} \left[\sum_i \left(V_{i,trh} - V_i(\theta) \right)^2 \right], \quad (17)$$

kde $\hat{\theta}$ je vektor čtveřice parametrů modelu se skoky, $V_i(\cdot)$ je cena opce z modelu a $V_{i,trh}$ je na trhu kótovaná cena stejné opce. $\theta = (\lambda, k, s, \sigma)$.

6.2 Interpretace výsledků kalibrace

Čtveřice nakalibrovaných parametrů $\theta = (\lambda, k, s, \sigma)$ je znázorněna v tabulce 6.

Tab. 6 Hodnoty parametrů modelu se skoky

Parametry	26.4.2013	25.4.2014	24.4.2015	29.4.2016	28.4.2017
λ	0,1865	0,1959	0,1761	0,1701	0,0753
k	0,0619	0,0327	0,0412	−0,0437	0,0502
s	0,0978	0,1116	0,1443	0,1291	0,1925
σ	0,0412	0,0208	0,0384	0,0176	0,0414
S	25,722	27,428	27,473	27,048	26,838

Zdroj: vlastní zpracování na základě dat z Bloomberg (2017).

Trh očekává největší frekvenci skoků v roce 2014, kdy pravděpodobnost skoku v horizontu jednoho roku je 20 %. I v letech 2013, 2015 a 2016 se hodnota frekvence skoků blíží k jedné pětině. Nejmenší frekvence skoků je v roce 2017, necelý měsíc po uvolnění měnového kurzu, kdy se další velký skok již nedá předpokládat.

Parametr k je velikost skoku, která vychází v absolutní hodnotě okolo pěti procent. Kromě dubna 2016 model vždy předpokládá, že skok bude kladný, a tedy koruna bude depreciovat. Znaménko parametru k vychází přesně podle grafu 7. Záleží tedy, jestli je větší hodnota 90D call (10D put) anebo 10D Call. Tedy zdali je rizikový obrat kotován v záporných číslech, jak tomu bylo od 8. 9. 2015 do 5. 4. 2017. Z kotované hodnoty rizikového obratu můžeme zjistit, očekává-li trh apreciaci či depreciaci koruny vůči euru. Jakmile Česká národní banka v dubnu 2017 ohlásila ukončení intervence a koruna skokově posílila, hodnota 25D rizikového obratu s ročním tenorem se zvětšila z −0,7175 na 1,14.

Hodnota parametru s je největší v roce 2017, kdy na trhu po ukončení intervence bylo hodně otevřených pozic spekulantů, a proto panovala nejistota ze směru a velikosti změny měnového kurzu. Nejmenší standardní odchylka skoku je naopak v dubnu 2013, kdy se ještě nebylo jasné, že centrální banka na recesi zareaguje právě intervencí měnového kurzu.

Volatilita podkladového aktiva (bez skoků) se pohybuje v tabulce 6 v intervalu od 0,017 do 0,042. Nejmenší je v letech 2014 a 2016, což je stejné jako u implikované volatility na penězích a EWMA volatility. Největší volatilita je mimo intervenční období. Obecně je tato volatilita podobná volatilitě z grafu 6, která se dosazuje do Garmanova-Kohlhagenova vzorce.

K uvolnění kurzu došlo 6. 4. 2017, kdy se hodnota spotové ceny snížila z 27,041 na 26,631. Dle parametru k měla být nová spotová cena 25,885, této hodnoty cena dosáhla až 4. 10. 2017. Naopak intervence začala 7. 11. 2013, kdy kurz vzrostl z 25,791 na 26,975, dle parametru k kalibrovaného z dat 26. 4. 2013 měla koruna depreciovat na 27,386, kde se dostala 19. 11. 2013. Nakalibrovaný model se skoky tedy přesně určuje směr skoku. Velikost skoku by se zpřesnila, pokud by kalibrace byla provedena těsně před začátkem intervence nebo před jejím koncem. Navíc lze v praxi pozorovat, že jeden větší skok je následován sérií menších skoků. V grafu 1 lze navíc vidět, že větší skok, často doprovází série menších skoků a obecně volatilnější vývoj podkladového aktiva (měnového kurzu EURCZK) než trh na změnu měnové politiky stihne zareagovat. Také si v grafu 1 všimněme, že od listopadu 2015 je hodnota kurzu téměř pořád na minimální možné deklarované hranici 27 korun za euro, což lze vysvětlit očekávaním trhu, že intervence brzo skončí.

Ekonomickou interpretaci skoku v roce 2013 je možné vysvětlit tím, že se ekonomika vzpamatovávala z krize pomaleji než eurozóna a Česká národní banka se ji snažila nastartovat. Jedním způsobem, který ČNB také prohlašovala, bylo začít intervenovat, podle znaménka parametru k lze vidět, že ji trh věřil. V letech 2014 a 2015 trh věřil prohlášení ČNB, že minimální hranice kurzu bude 27 korun za euro, a proto bylo možné jen skokové zvýšení kurzu. V roce 2016 již trh očekával, že ČNB od svého kurzového závazku odstoupí a na trhu se začalo ve velkém spekulovat na uvolnění kurzu. Kladný parametr k na konci dubna 2017 (po uvolnění kurzu) lze vysvětlit obavou trhu z masivního uzavírání pozic a prodávání korun spekulanty.

7 Závěr

V článku je na volatilních úsměvech provedena kalibrace modelu se skoky, jehož parametr velikost skoku určuje očekávání trhu o budoucím vývoji měnového kurzu EURCZK. Jelikož hodnota velikosti skoku v roce 2013 vychází kladně, lze tvrdit, že trh očekával skokovou depreciaci koruny, která opravdu přišla v listopadu 2013, kdy ČNB začala intervenovat. V letech 2014 a 2015 trh věřil, že intervence budou pokračovat a může nastat pouze skoková depreciace koruny. Velikost skoku v roce 2016 vycházela záporně a trh očekával apreciaci koruny a uvolnění kurzového závazku již mnohem dříve, než k němu skutečně došlo. Nová spotová cena dle očekávání trhu měla být trochu méně než 26 korun za euro, kam se skutečně dostala v říjnu 2017.

Těsně po ukončení intervencí se zvýšila pouze implikovaná volatilita na penězích na krátkém čase do splatnosti (1M), kdy skokově vzrostla z 5 % na 7 % a za měsíc od ukončení intervence se ustálila na hodnotě 6,2 %. Implikovaná volatilita na penězích v ostatních časech do splatnosti (1Y, 9M, 6M, 3M) při ukončení intervencí klesla jen o pár bazických bodů a ani v následujícím měsíci významně nekolísala. Nárůst volatility na krátkém konci (1M) bychom mohli zdůvodnit očekáváním větších výkyvů ve vývoji měnového kurzu po ukončení intervencí s tím, že trh předpokládal, že se v delším období kurz ustálí na své rovnovážné hodnotě. Po uvolnění kurzu se u všech časů do splatnosti volatilita v penězích (90D Call) skokově zmenšila, zatímco volatilita mimo peníze (10D Call) skokově vzrostla, což mohlo být způsobeno tím, že díky velkému množství spekulantů a prodejům velkého množství korun trh opět očekával oslabení koruny. Od konce srpna 2016 až do ukončení intervencí lze pozorovat nárůst volatility na všech časech do splatnosti, což by mohlo být vysvětleno zvýšenou nedůvěrou trhu v to, že ČNB ukončí intervence až v druhém kvartálu roku 2017.

Článek se také zabývá odhadem historické volatility. Není překvapením, že ceny opcí vypočítané dosazením implikované volatility do Garmanova-Kohlhagenova vzorce vychází lépe než ceny vypočítané dosazením historické volatility. Z implikované volatility je také provedena kalibrace modelu se skoky, který se využívá pro modelování podkladového aktiva s nespojitým vývojem ceny. Nevýhodou modelu se skoky je kromě jeho obtížné kalibrace také fakt, že dochází k arbitráži na bodech kotovaných delt. Na druhou stranu kotovaných delt je na měnovém páru EURCZK pouze pět a provést dostatečně přesnou interpolaci grafu volatilní plochy není jednoduché. Každopádně model se skoky má bezesporu využití při oceňování nelikvidních klasických opcí a exotických opcí.

Centrální banka ovlivňuje pomocí měnové politiky hodnoty implikované volatility a tím i parametry modelu se skoky. Aby aktivní měnovou politiku prováděla co nejcitlivěji a nevytvářela na trhu zbytečnou nejistotu, měla by se snažit kvantifikovat očekávání trhu o pravděpodobném budoucím vývoji měnového kurzu. Jako jeden z možných způsobů kvantifikace očekávání trhu může být využit model se skoky.

Literatura

BARNDORFF-NIELSEN, O., VERAART, A, 2013. Stochastic Volatility of Volatility and Variance Risk Premia. *Journal of Financial Econometrics*. Roč. 11, č. 1, s. 1–46. doi: 10.1093/jfifinec/nbs008.

BLOOMBERG, 2017. *Bloomberg* [online]. [cit. 5. 5. 2017].

CADENILLAS, A., ZAPATERO, F., 1999. Optimal Central Bank Intervention in the Foreign Exchange Market. *Journal of Economic Theory*. Roč. 87, č. 1, s. 218–242. doi: 10.1006/jeth.1999.2523.

- ČNB, 2017. *Vybrané devizové kurzy* [online]. [cit. 16. 10. 2017]. Dostupné z: <http://www.cnb.cz/cs/financni_trhy/devizovy_trh/kurzy_devizoveho_trhu/grafy_form.jsp>.
- DE JONG, F., DROST, F., WERKER, B., 2001. A Jump-diffusion Model for Exchange Rates in a Target Zone. *Statistica Neerlandica*. Roč. 55, č. 3, s. 270–300. doi: 10.1111/1467-9574.00170.
- ENGLE, R., MEZRICHI, J., 1996. GARCH for Groups. *Risk*. Roč. 9, č. 8, s. 363–381.
- FLEMING, J., 1998. The Quality of Market Volatility Forecasts Implied by S&P 100 Index Option Prices. *Journal of Empirical Finance*. Roč. 5, č. 4, s. 317–345. doi: 10.1016/S0927-5398(98)00002-4.
- GOLLIER, C., 2016. *Stochastic Volatility Implies fourth-degree Risk Dominance: Applications to asset pricing*. Working paper. Toulouse School of Economics, University of Toulouse-Capitole.
- HAGAN, P., KUMAR, D., LESNIEWSKI, A., WOODWARD, D. E., 2002. Managing smile risk. *Wilmott Magazine*. Roč. 1, č. 1, s. 84–108.
- HESTON, S., 1993. Applications to Bond and Currency Options. *The Review of Financial Studies*. Roč. 6, č. 2, s. 327–343. doi: 10.1093/rfs/6.2.327.
- HULL, J., 2012. *Options, Futures and Other Derivatives*. Edinburgh: Pearson.
- KYPRIANOU, A., SCHOUTENS, W., WILMOTT, P., 2005. *Exotic Option Pricing and Advanced Lévy Models*. New York: Wiley.
- MERTON, R., 1976. Option Pricing when Underlying Stock Returns are Discontinuous. *Journal of Financial Economics*. Roč. 3, č. 1–2, s. 125–144. doi: 10.1016/0304-405X(76)90022-2.
- MITAL, S., 2017. *FX Volatility Surface* [online]. [cit. 10. 7. 2017]. Dostupné z: <<https://www.linkedin.com/pulse/fx-volatility-surface-13-swati-mital>>.
- MUTAKAYA, M., CHIKODZA, E., CHIYAKA, E., 2014. Optimal Foreign Exchange Rate Intervention in Lévy Markets. *International Journal of Stochastic Analysis*. Roč. 2014, s. 1–8. doi: 10.1155/2014/746815.
- REISWICH, D., WYSTUP, U., 2012. FX Volatility Smile Construction. *Wilmott*. Roč. 2012, č. 60, s. 58–69. doi: 10.1002/wilm.10132.
- SALMON, F., 2011. *The Swiss National Bank plays the FX Options Market*, [online]. [cit. 8. 7. 2017]. Dostupné z: <<http://blogs.reuters.com/felix-salmon/2011/09/08/the-swiss-national-bank-plays-the-fx-options-market/>>.
- WEIZMANN, A., 2007. *Construction of the Implied Volatility Smile*. Diploma thesis. Goethe University.

Options valuation included jumps in intervention period

Martin Diviš

Abstract:

The fundamental equilibrium of the FX rate was significantly impacted by interventions of the Czech national bank. This article focuses on intervention influence on option valuation EURCZK currency pair as an underlying asset in years 2013-2017. We describe and quantify the prices of aforementioned FX options applying different approaches for historical and implied volatility estimation. Applying the implied volatility, we calibrate the jump diffusion model which provides the description of magnitude and direction of jumps in the underlying asset price. Mainly to ensure better comparability of the data for volatility and model estimation, both pre-intervention and post-intervention data were used. Estimated parameters show, that markets in 2013 did not trust the Czech economy and expected jump depreciation of the Czech crown. In 2014 and 2015 markets expected no major deviations from the exchange rate commitment and, therefore, only depreciation was expected. From 2016 onwards markets adjusted expectations in line with the exit from exchange rate commitment and hence expected appreciation. Due to high volumes of speculative capital and large short sales of the Czech crown markets again expected depreciation.

Keywords: Option; Volatility; Jump diffusion model; Intervention.

JEL Classification: C61, E5.