

# ODHAD HURSTOVA EXPONENTU V ČASOVÝCH ŘADÁCH DENNÍCH VÝNOSŮ AKCIOVÝCH INDEXŮ

Pavel Srbek\*

## Abstract

### Estimation of the Hurst Exponent in Time Series of Daily Returns of Stock Indices

One of the fundamental assumptions of the efficient market hypothesis and the modern portfolio theory are both Gaussian probability distribution and the independence of returns. This paper provides a brief historical review of efforts dealing with capital markets emphasizing their efficiency and counter-tendencies whose goal was to falsify the assumption of independence of returns and their normal distribution. This paper applies a measure of long-range dependence rediscovered and promoted by Mandelbrot to daily returns of 27 selected stock indices. This measure is called Hurst exponent and was estimated using rescaled range analysis. The results are in line with similar papers stating that the series of daily returns are prevalingly persistent which implies the presence of local trends. Such a finding falsifies the assumption of random walk in stock prices.

**Keywords:** Hurst exponent, rescaled range analysis, stock indices, long-range dependence, random walk, randomness

**JEL Classification:** C13, C18, G14, G17

## Úvod

Teorie efektivních trhů (EMH), kterou představil Fama (1965) ve své disertační práci, je stále široce akceptovaným konceptuálním rámcem pro popis chování kapitálových trhů. Je tomu tak i přes mnohé falzifikace jak empirické, tak na poli teoretickém. Udržení předpokladů informační efektivnosti, normálního rozdělení výnosů na trzích aktiv a předpoklad náhodné procházky jsou stále používány, i když ne vždy explicitně zmíněny, z důvodu jednoduchosti. Za platnosti těchto předpokladů je zhodnocení rizika odhadem směrodatné odchylky velmi snadné. Očekávané hodnoty sledované proměnné se s 95% pravděpodobností neodchýlí od průměru o více než dvojnásobek směrodatné odchylky. Správa aktiv se tak stává triviální optimalizační úlohou. S využitím měř rizika – směrodatné odchylky, beta koeficientu – jsme schopni klasifikovat aktiva do rizikových tříd a sestavit efektivní portfolio s nejvyšším možným očekávaným výnosem při dané úrovni investorem akceptovatelného rizika (Sharpe, 1964). Je tomu tak, je-li analytik či výzkumník stoupencem stejné víry jako Bachelier, Fama, Malkiel, Sharpe či Black, Merton a Scholes. Na druhé straně stojí skupina praktiků a teoretiků, podle nichž jsou

\* **Pavel Srbek** (srbek@pef.czu.cz), Česká zemědělská univerzita v Praze, Provozně ekonomická fakulta.

Článek vznikl za podpory Interní grantové agentury Provozně ekonomické fakulty České zemědělské univerzity v Praze v rámci řešení projektu č. 2017/1007.

na kapitálovém trhu tyto předpoklady porušeny. Z praktiků jmenujme Grahama s Buffetem, z teoretiků nepochybně stojí za zmínku Shiller, Taleb a Mandelbrot.

Protože po vzoru popperovského falibilismu je největší silou vědy teorie vyvracet přezkoumáním předpokladů, na nichž jsou založeny, je cílem této práce ověření hypotézy, že výnosy sledují náhodnou procházku, a tedy naplňují předpoklad EMH. V této práci jsou zkoumány výnosy akciových indexů. Za účelem dosažení tohoto cíle jsou odhadnuty Hursťovy exponenty ( $H$ ) pro řady denních výnosů 27 akciových indexů, které jsou porovnávány s kritériální hodnotou  $H = 0,5$  pro náhodnou procházku. K odhadu exponentu  $H$  je využita metoda přeškálovaných rozsahů (RS) jako nejstarší metoda a podle Křišťoufka (2010) také metoda, která vede k nejužším intervalům spolehlivosti odhadů v porovnání s detrendovanou fluktuální analýzou (DFA) a metodou detrendovaných klouzavých průměrů (DMA). Metoda RS je rovněž robustní v přítomnosti těžkých konců a kratších časových řad (Barunik, 2010). Indexy byly zvoleny tak, aby geograficky pokrývaly většinu standardně uvažovaných kontextuálních oblastí – Severní a Jižní Amerika, Evropa, Rusko, Blízký východ reprezentovaný Tureckem, Asie a Jihoafrická republika. Dále byly zařazeny široké indexy EURO STOXX 50 jako reprezentanti nadnárodního indexu a Russell 2000, který reprezentuje chování výnosů veřejně obchodovaných podniků s menší tržní kapitalizací. Řady denních výnosů pokrývají období od roku 1998 do září 2017. Pro index S&P 500 byly exponenty  $H$  odhadnuty pro delší období s počátkem v roce 1950. Pomocnou hypotézou je ověření tvrzení, které je nekriticky předkládáno jako obecně platné, že rozvinuté kapitálové trhy jsou naplněním předpokladů EMH blíže než trhy rozvíjející se.

## 1. Teoretická východiska – předpoklady o chování výnosů aktiv v historické perspektivě

Jedním z kritiků předpokladů EMH byl Mandelbrot (1963), který se ve svém článku *The Variation of Certain Speculative Prices* ostře vymezuje proti původnímu Bachelierovu (1900) modelu náhodné procházky, ze kterého vychází Fama (1965). Mandelbrotovou, stejně jako Talebovou (2013, 2014) hlavní kritikou je empirický fakt, že na určitých trzích dominuje prvek silně negaussovských konců rozdělení. Pravděpodobnostní rozdělení vykazují těžké konce. Naopak Bachelierův model předpokládá, že změny po sobě následujících cen jsou nezávislými, normálně rozdělenými proměnnými. Ani po vyhlazení časové řady nahrazením absolutní první diference cen rozdílem logaritmů cen neodpovídá Bachelierův model historickým datům. Podle Mandelbrota (1997, s. 372) je tomu tak proto, že velké cenové změny se objevují příliš často a měly by být vysvětleny spíše kauzálním než stochastickým modelem. Pravděpodobnostní rozdělení tedy vykazují těžké konce. Po sobě jdoucí cenové změny jsou patrně korelovány a historické ceny podle Mandelbrota nevypadají jako stacionární časové řady. Popisné charakteristiky u nestacionárních časových řad nejsou stálé, ale na různých intervalech nabývají odlišných hodnot. Velmi často je porušen centrální limitní teorém, protože některá pozorování dominují celému souboru. Změnil-li se cena v určitém období výrazně, je obvykle možné tento nárůst či pokles vysledovat do několika málo období obzvláště vysoké aktivity. Brownův pohyb či náhodná procházka aplikovaná Bachelierem sice na první pohled při

simulaci generuje řady podobné skutečným historickým akciovým kurzům, ale při bližším prozkoumání je zřejmý zásadní rozdíl. Je zde velký počet významných změn cen v kladném i záporném směru, které se vzájemně eliminují. Pravděpodobnostní rozdělení bude tedy symetrické.

Na skutečných trzích spíše pozorujeme, že několik málo významných pohybů na kratším časovém intervalu je téměř shodných s celkovou změnou za delší období. Tak několik málo obchodních dní může stačit k vysvětlení změny za měsíc nebo celý rok, tyto změny jsou pak jasně odděleny od šumu a je možné je vysvětlit kauzálně (Mandelbrot, 1997, s. 405).

Bachelier (1900) předpokládá, že absolutní cenové diference jsou náhodné, nekorelované, normálně rozdělené s nulovou střední hodnotou. Tento proces se nazývá Brownův pohyb, případně stacionární gaussovská procházka. Sám Bachelier si byl vědom skutečnosti, že empirická data nejsou s těmito předpoklady ve shodě. Proces, který je generuje, se v čase mění; je nestacionární. Je to patrně důsledek skutečnosti, že je kombinací různých populací, proto jsou konce rozdělení těžší než v případě normálního rozdělení. Nakonec dospěl k závěru, že žádná rozumná kombinace normálních rozdělení nemůže vést k tak velkým cenovým změnám, které lze pozorovat na kapitálovém trhu, a proto tyto změny považoval za excesy, za pouhé kontaminátory či odlehlá a extrémní pozorování.

Obvyklým statistickým přístupem je vyloučení odlehlých a extrémních pozorování, čímž je získán data generující proces, který vykazuje dostatek řádu pro to, aby mohl být popsán normálním rozdělením. Tím je chaotické chování „vyřešeno“. Na místo různých vylepšení náhodné procházky, které se snaží ad hoc záplatovat konkrétní nesoulad modelu s empirií, navrhuje Mandelbrot (1997) Lévyho hypotézu nekonečného rozptylu. Podle této hypotézy se rozptyl empirických pravděpodobnostních rozdělení chová, jako by byl nekonečný. Empirická rozdělení nejlépe odpovídají negaussovským členům L-stabilních rozdělení, kde limitními případy jsou Lévyho rozdělení ( $\alpha = 1$ ,  $H = 1$ ) a na opačném konci spektra normální rozdělení ( $\alpha = 2$ ,  $H = 1/2$ ). Předpoklad nekonečného rozptylu má závažné důsledky. Je-li populační rozptyl nekonečný, je výběrový rozptyl bezvýznamným měřítkem disperze. Statistické metody, které jsou založeny na předpokladu konečného a konstantního rozptylu, jsou přinejmenším značně oslabeny. Empirické studie potvrzují divergenci rozdělení výnosů od limitního normálního rozdělení.

Jaké jsou implikace negaussovského L-stabilního charakteru trhů pro investory? Na L-stabilním trhu dochází k častým významným cenovým skokům, které nejsou jako u normálně rozděleného procesu způsobeny sumou mnoha malých změn. Fama (1965) připouští, že možnost chránit se před náhlými propady pomocí tzv. stop-loss příkazů, je omezena. Na L-stabilním trhu bude prudký propad převážně tvořen velmi malým počtem velkých skoků v jednotlivých subperiodách. Propad nastane náhle a nahromaděné automatické příkazy k prodeji nebudou moci být uspokojeny, což ještě posílí tendence k propadu, které spustí další vlnu výprodejů. Mnoho příkazů nebude moci být uspokojeno za ceny mezi vrcholem a dnem. Toto je pravděpodobně mechanismus zodpovědný za náhlý propad v říjnu 1987, kdy se Dow Jones Industrial Average propadl o více než pětinu za jediný den a objem obchodů v pondělí 19. 10. 1987 vzrostl o více než polovinu. Vezmeme-li průměr a směrodatnou odchylku denních výnosů DJIA za období 29. 1. 1985

až 16. 10. 1987, je  $\Pr(-1,77\% < r < 1,93\%) = 95\%$ . Dolní hranice intervalu spolehlivosti byla 19. 10. 1987 překročena více než dvanásobně.

Fama ve své disertaci (1965) testoval výnosy akcií 30 podniků z DJIA. Dospěl k závěru, že všechny absolutní první diference logaritmů cen vykazují těžké konce. Dále uvedl, že empirické důkazy podporovaly Mandelbrotovu hypotézu L-stability, „ale počet testovaných řad nebyl dostatečně velký na to, abychom mohli dojít k závěru, že další testy již nejsou nezbytné“ (Fama, 1963, s. 428). Fama se později přiklonil k náhodné procházce, která je vhodnějším základem EMH. Fama s Blumem (1966) uvádějí, že závislost po sobě jdoucích cenových diferencí je tak malá, že může být pro praktické aplikace zcela zanedbána a předpoklady náhodné procházky (a tedy EMH) zůstávají v platnosti.

Brownův pohyb či náhodná procházka je jedním z příkladů snahy o reinterpretaci fyzikálních teorií ve světle sociálních věd. Tuto snahu obecně kritizuje tzv. rakouská ekonomická škola, viz např. Huerta de Soto (2013). Ve fyzice obvykle platí, že energie konkrétní částice je zanedbatelná ve srovnání s celkovou energií systému. V ekonomických systémech je ale tento předpoklad velmi často porušen. Tržní podíl jediného podniku se může blížit jedné, stejně jako roční příjem jedince může dosahovat tisíci násobků průměru. Je-li model užitečný ve sféře specifické aplikace ve fyzikálních vědách, neimplikuje tato skutečnost jeho vhodnost pro popis sociálních fenoménů.

Centrální limitní teorém definuje sousední hodnoty pouze na základě „centrálního zvonu“ pravděpodobnostního rozdělení, neuvažuje konce rozdělení. Víra ve významnost a užitečnost normálního rozdělení, o kterou se podle Keynesa (2016) zasloužil především Laplace, vede k tomu, že hodnoty, které mu nevyhovují, jsou označeny za odlehlé nebo extrémní, případně jsou jako kontaminátory ze souboru zcela vyňaty.

Mandelbrot (1997) explicitně neoznačuje  $H$  jako Hurstův exponent, ale jako sílu singularity v čase  $t$ . Ve zdrojích je ovšem uveden originální článek Hursta (1951), kde je definována metoda přeškálovaných rozsahů, která je využívána k odhadu exponentu  $H$ . Hurstovým (1951) cílem bylo navrhnout metodu, kterou by bylo možné odlišit náhodný a nenáhodný proces a identifikovat perzistenci trendu. Hurstův exponent měří dlouhodobou paměť časové řady (Mansukhani, 2012). Patrně nejčastěji jsou používány tři metody odhadu  $H$ . Hurstova metoda přeškálovaných rozsahů (R/S analysis), Pengova (1994) detrendovaná flukтуаční analýza (DFA) a metoda detrendovaných klouzavých průměrů (DMA). Postup odhadu exponentu  $H$  je u všech zmíněných metod obdobný – je odhadnuto měřítko variability na různých subperiodách. Časová řada je rozdělena na několik nepřekrývajících se subperiod. Ty jsou obvykle označovány jako boxy či časová okna. Následně jsou stanoveny průměry a odchylky od průměrů v jednotlivých subperiodách při aplikaci R/S, případně je stanoven trend v každém boxu a odchylky od trendu u metody DFA, nebo odchylky od klouzavých průměrů v případě metody DMA. Metoda DMA nevyžaduje dělení řady na subperiody, pro svou výpočetní jednoduchost je některými autory preferována před R/S a DFA. Nakonec jsou odhadnuty rozpětí a směrodatná odchylka a s jejich pomocí poměr R/S, rozptyl odchylek od trendu v případě metody DFA či směrodatná odchylka od klouzavého průměru u metody DMA. Podle mocninné závislosti je odhadnut exponent  $H$ . Metodu DMA podrobněji popisuje např. Carbone *et al.* (2004).

Aplikaci všech tří metod lze nalézt v Křišťoufkovi (2012) a extenzivní testování vlastností metod odhadu  $H$  lze nalézt v Barunikovi (2010). Délka subperiod je většinou autorů zcela ignorována. Mansukhani (2012) uvádí jako nejmenší přípustnou délku 8 pozorování. Křišťoufek (2010) pak uvádí minimální délku boxu 16 pozorování. Ve svém pozdějším článku ale Křišťoufek (2012) použil minimální délku subperiod 5 pozorování. Tato kritériální hodnota však autory není nijak zdůvodněna a většinou je předmětem arbitrární volby. Interpretace odhadnutého exponentu  $H$  je naopak jednoznačná. Popisuje autokorelační strukturu či paměť zkoumané časové řady. Mansukhani (2012) rozeznává tři typy chování časové řady:

- I) Náhodná procházka (obvykle označováno jako Brownian time series nebo Random walk) je časová řada, kde po sobě jdoucí pozorování nejsou korelována. Znalost minulosti tedy neposkytuje vodítka k odhadu budoucích hodnot časové řady. Řady tohoto typu je obtížné předvídat. Exponent  $H$  nabývá hodnoty 0,5.
- II) Antiperezistentní časová řada (někdy označovaná jako řada s regreselem k průměru) se vyznačuje chováním, kdy růst je následován poklesem s větší pravděpodobností, než je tomu v případě procesu, který se řídí normálním rozdělením. S exponentem  $H$  blížícím se k nule sílí tendence časové řady navracet se k průměru.
- III) Perzistentní časová řada se bude vyznačovat sebezposilujícími se krátkodobými změnami, kdy růst bude následován dalším růstem a naopak; opět ve srovnání s procesem řídícím se normálním rozdělením. Čím více se  $H$  blíží 1, tím silnější je lokální trend.

Obecně je tedy korelace mezi vzdálenou minulostí a budoucností pro brownovské procesy rovna nule, stejně jako pro všechny procesy tzv. mírné nahodilosti (tj. gaussovské procesy). Korelace mezi minulostí a budoucností je větší než nula u perzistentních procesů a menší než nula u antiperezistentních procesů. Předpokladu EMH odpovídá pouze zvláštní případ náhodné procházky, kdy  $H = 0,5$ . Křišťoufek (2010, 2012) se opakovaně dopouští nepřesností, když u interpretace hodnot exponentu  $H$  uvádí, že u náhodného procesu se měřítko disperze řídí zákonem druhé odmocniny, a  $H$  je tedy roven 0,5. Autor zaměňuje náhodnou procházku (Brownian motion), kde  $H = 0,5$ , a náhodný proces, kde  $H \rightarrow 0$ . Z další interpretace v obou zmíněných člancích je ale zřejmé, že autor hovoří o náhodné procházce.

Je nutné zdůraznit, že tyto metody si nekladou za cíl odhad okamžiku, kdy dojde k zásadním změnám v cenovém vývoji. Jejich využitelnost při spekulacích je tedy omezena. Poskytují ale lepší popis toho, co je na trzích možné. Jsou tedy aplikovatelné např. při stres testech.

## 2. Materiál a metody

Hurstův exponent je odhadnut pro 27 akciových indexů, které reprezentují vyspělé i rozvíjející se trhy. Pro verifikaci výpočetního algoritmu je dále odhadnut pro náhodnou řadu a náhodnou procházku. Do souboru byly zahrnuty následující indexy, kde v závorce je uveden kód země podle ISO 3166: ATX (AT), BSESN (IN), BVSP (BR), CAC 40

(FR), DAX (DE), DJIA (US), EURO STOXX 50 (index zahrnující 50 největších podniků z 11 zemí eurozóny), FTSE\_SA (ZA), FTSE 100 (GB), HSI (HK), IBEX 35 (ES), IPC (MX), IPSA (CL), KOSPI (KR), KSE (PK), MCX (RU), MERV (AR), NASDAQ (US), Nikkei (JP), PX (CZ), Russell 2000 (zahrnuje spodní dvě třetiny ze 3 000 největších amerických podniků), SMI (CH), S&P 500 (US), SSE (CN), TWII (TW), WIG 20 (PL), XU 100 (TR). Odhad Hurstova exponentu byl proveden pro minimalizaci výběrového zkreslení za zhruba desetiletá období s 2 560 pozorováními s krokem 250 pozorování. Výběrový soubor pokrývá pro většinu indexů období od roku 1998 a tato řada končí závěrečným kurzem 25. 9. 2017. Výnosy jsou založeny na řadách nominálních závěrečných kurzů tak, jak jsou zveřejňovány příslušnou burzou, tedy v národních měnách. Pro index S&P 500 je exponent  $H$  odhadnut rovněž v desetiletých intervalech od roku 1950 do roku 2017 s krokem délky 250 pozorování, což odpovídá délce „obchodního roku“. Každý interval opět obsahuje 2 560 denních výnosů. Celková délka řady indexu SP500 přesahuje 16 800 pozorování.

K odhadu exponentu  $H$  byla využita metoda přeškálovaných rozsahů ( $R/S$  analysis), která může být rozdělena do několika navazujících kroků. Nejprve jsou stanoveny denní výnosy, které se většinou stanovují jako první absolutní difference logaritmů cen. Řada výnosů je poté rozdělena na subperiody délky  $\tau(i)$ . V této práci je řada výnosů rozdělena v několika krocích vždy na polovinu tak, že dostaneme 2 až 128 subperiod o délkách  $\tau(i)$  1 280 až 20 pozorování. Požadavek na minimální délku subperiody je tedy dodržen. Dále je stanoven průměr pro každou subperiodu délky  $\tau(i)$ , odchylky od průměru v každé subperiodě a sumy těchto odchylek. Rozpětí  $R$  je stanoveno pro každou subperiodu délky  $\tau(i)$  jako rozdíl maximální a minimální hodnoty řad kumulovaných součtů deviací od průměru. S využitím vypočteného rozpětí a směrodatné odchylky výnosů v každé subperiodě je stanoven poměr  $R/S_{\tau(i)}$  vydělením rozpětí sum odchylek od průměru dané subperiody směrodatnou odchylkou výnosů v dané subperiodě. Aritmetický průměr hodnot  $R/S$  je poté statistikou charakterizující daný krok rozkladu řady na subperiody délky  $\tau(i)$ . Očekávaná hodnota  $R/S$  škáluje podle mocninného zákona:

$$R/S_{\tau} \sim C\tau^H. \quad (1)$$

$H$  je odhadnut jako směrnice přímky, která zachycuje závislost logaritmu statistiky  $R/S$  na délce subperiody:

$$\log_2(R/S_{\tau}) \sim \log_2(C) + H \log_2(\tau). \quad (2)$$

Odhad exponentu  $H$  byl proveden pro desetiletá období pokrývající roky 1998–2017 pro 27 indexů a pro období let 1950–2017 pro index S&P 500. K výpočtům byla využita auto-rova šablona v tabulkovém procesoru. Správnost výpočetního postupu byla ověřena odhadem Hurstova exponentu pro proces náhodné procházky a pro náhodný proces. Procesy byly generovány s využitím generátoru (pseudo)náhodných čísel, kde pro střední hodnotu a směrodatnou odchylku byly použity hodnoty odhadnuté pro nejdlejší řadu výnosů, tj. S&P500. Volba těchto parametrů je v zásadě irelevantní. I při použití standardizovaného normálního rozdělení  $N(0,1)$  budou odhady  $H$  konvergovat k očekávaným teoretickým hodnotám 0,5 pro náhodnou procházku, resp. 0 pro náhodný proces.



Náhodná procházka je fundamentálním předpokladem EMH, MPT a je na ní založen také Blackův-Scholesův model oceňování opcí, který je dodnes široce využíván například při stanovení hodnoty opčních kompenzačních plánů pro vrcholné manažery veřejně obchodovaných podniků. Bude-li hodnota  $H = 0,5$  pro daný akciový index ležet mimo 95% interval spolehlivosti, je fundamentální předpoklad EMH porušen, výnosy nesledují náhodnou procházku, ale vykazují perzistentní či antiperzistentní chování. Pomocnou hypotézou je ověření předpokladu, že vyspělé akciové trhy jsou informačně efektivní a nelze je předvídat, tj. sledují náhodnou procházku na rozdíl od trhů méně rozvinutých.

### 3. Výsledky

Nejprve byly simulovány náhodný proces a náhodná procházka. Odhad zároveň sloužil jako verifikace použitého výpočetního postupu, protože hodnoty exponentu  $H$  jsou v tomto případě známy. Délka simulované řady odpovídá délce řady výnosů u akciových indexů, tedy 2 560 pozorování. U náhodného procesu neleží nula v 95% intervalu spolehlivosti odhadu exponentu  $H$ , ale s rostoucím počtem pozorování odhad k této hodnotě konverguje. V obou případech tedy výsledky výpočetního postupu aproximativně směřují k teoretickým hodnotám. Postup je proto považován za verifikovaný.

**Tabulka 1 | Odhad exponentu  $H$  a 95% interval spolehlivosti pro náhodnou procházku a náhodný proces**

Typ procesu	Hurstův exponent	95% interval spolehlivosti	
		dolní mez	horní mez
Random Walk	0,538	0,481	0,595
Random Process	0,071	0,043	0,100

Zdroj: vlastní zpracování

Odhad Hurstových exponentů pro akciové indexy byl proveden pro desetiletá období. Odhad začíná v roce 1998 a v každém kroku se počátek období posouvá o jeden rok (250 pozorování), až je dosažen konec řady se zavíracím kurzem k 25. 9. 2017. Výstupy shrnují tabulky 2 a 3. Rok uvedený v prvním řádku tabulky udává rok, v němž řada končí. První sloupec tedy zachycuje odhady  $H$  na základě 2 560 výnosů za období let 1998–2008, druhý sloupec zachycuje odhad založený na řadě 2 560 výnosů posunutých o 250 pozorování a pokrývá období let 1999–2009 atd. Všechna období obsahují stejný počet pozorování a rozdělení významných událostí, které jsou relevantní pro vývoj akciových kurzů – zde napříč prezentovanými obdobími, závisí pouze na poslední hodnotě zařazené do výběrového souboru – 25. 9. 2017, která byla zvolena tak, aby byly prezentované výsledky co nejaktuálnější. Adjustovaný koeficient determinace nabývá pro většinu odhadů hodnoty vyšší než 0,99, v tabulce proto není uveden.

Tabulka 2 | Odhad exponentu H a 95% interval spolehlivosti

Index	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	Podíl RW	Průměr H	
ATX	H exp.	0,568	0,629	0,602	0,612	0,5911	0,566	0,594	0,575	0,566	0,588	0,000	0,589
	Int. Spol. (α=0,05)	0,532	0,605	0,530	0,641	0,574	0,609	0,565	0,607	0,550	0,581		
BSESN	H exp.	0,568	0,606	0,587	0,608	0,575	0,543	0,559	0,577	0,571	0,559	0,000	0,575
	Int. Spol. (α=0,05)	0,512	0,625	0,555	0,619	0,541	0,609	0,517	0,602	0,535	0,608		
BVSP	H exp.	0,559	0,604	0,573	0,603	0,552	0,533	0,566	0,520	0,566	0,572	0,300	0,565
	Int. Spol. (α=0,05)	<b>0,492</b>	<b>0,627</b>	0,530	0,616	0,525	0,580	0,552	<b>0,564</b>	0,524	0,608		
CAC 40	H exp.	0,593	0,595	0,566	0,546	0,530	0,531	0,544	0,535	0,489	0,499	0,600	0,543
	Int. Spol. (α=0,05)	0,514	0,672	<b>0,482</b>	<b>0,650</b>	0,506	0,554	<b>0,463</b>	<b>0,573</b>	<b>0,460</b>	<b>0,518</b>		
DAX	H exp.	0,609	0,622	0,589	0,597	0,527	0,537	0,555	0,576	0,526	0,536	0,200	0,567
	Int. Spol. (α=0,05)	0,566	0,653	0,512	0,666	0,507	0,546	0,515	0,607	0,508	0,545		
DJA	H exp.	0,546	0,554	0,560	0,542	0,542	0,527	0,524	0,524	0,524	0,535	0,500	0,538
	Int. Spol. (α=0,05)	0,513	0,579	0,528	<b>0,496</b>	<b>0,589</b>	0,505	<b>0,499</b>	<b>0,548</b>	<b>0,482</b>	<b>0,567</b>		
EURO 50	H exp.	0,537	0,605	0,572	0,581	0,564	0,5418	0,561	0,546	0,554	0,523	0,300	0,556
	Int. Spol. (α=0,05)	0,511	0,564	0,506	0,638	0,516	0,612	0,505	<b>0,476</b>	<b>0,616</b>	0,504		
FTSE SA	H exp.	n/a	n/a	n/a	0,560	0,515	0,485	0,494	0,489	0,495	0,510	0,857	0,507
	Int. Spol. (α=0,05)	n/a	n/a	n/a	0,530	0,589	<b>0,444</b>	<b>0,526</b>	<b>0,450</b>	<b>0,527</b>	<b>0,456</b>		
FTSE 100	H exp.	n/a	n/a	n/a	0,542	0,515	0,485	0,494	0,489	0,495	0,510	1,000	0,504
	Int. Spol. (α=0,05)	n/a	n/a	n/a	<b>0,494</b>	<b>0,591</b>	<b>0,444</b>	<b>0,526</b>	<b>0,450</b>	<b>0,527</b>	<b>0,456</b>		
HSI	H exp.	0,572	0,603	0,587	0,596	0,569	0,546	0,566	0,584	0,584	0,572	0,100	0,578
	Int. Spol. (α=0,05)	0,545	0,599	0,569	0,637	0,545	0,593	0,534	0,599	0,555	0,614		
IBEX 35	H exp.	0,576	0,602	0,557	0,552	0,499	0,565	0,576	0,550	0,542	0,515	0,300	0,553
	Int. Spol. (α=0,05)	0,533	0,619	0,555	0,649	<b>0,491</b>	<b>0,623</b>	0,502	0,598	0,510	0,573		
IPC	H exp.	0,573	0,581	0,578	0,575	0,540	0,549	0,557	0,542	0,561	0,508	0,100	0,556
	Int. Spol. (α=0,05)	0,554	0,591	0,558	0,599	0,508	0,571	0,518	0,585	0,532	0,589		
IPSA	H exp.	n/a	n/a	n/a	n/a	0,570	0,574	0,595	0,547	0,548	0,581	0,167	0,569
	Int. Spol. (α=0,05)	n/a	n/a	n/a	n/a	0,543	0,597	0,544	<b>0,499</b>	<b>0,595</b>	0,552		

Zdroj: vlastní zpracování



Tabulka 3 | Odhad exponentu H a 95% interval spolehlivosti

Index	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	Podíl RW	Průměr H
H.exp.	n/a	n/a	n/a	0,586	0,572	0,540	0,544	0,541	0,538	0,535	0,000	0,551
Int. Spol. (α = 0,05)	n/a	n/a	n/a	0,615	0,588	0,568	0,522	0,565	0,564	0,556		
H.exp.	0,584	0,651	0,678	0,656	0,646	0,634	0,623	0,617	0,617	0,618	0,000	0,632
Int. Spol. (α = 0,05)	0,508	0,659	0,626	0,640	0,632	0,615	0,654	0,672	0,663	0,598		
H.exp.	n/a	n/a	n/a	0,545	0,547	0,536	0,558	0,523	0,543	0,526	0,143	0,545
Int. Spol. (α = 0,05)	n/a	n/a	n/a	0,506	0,524	0,509	0,584	0,548	<b>0,500</b>	<b>0,545</b>		
H.exp.	0,532	0,589	0,598	0,604	0,611	0,554	0,607	0,602	0,605	0,558	0,100	0,589
Int. Spol. (α = 0,05)	<b>0,469</b>	<b>0,594</b>	0,537	0,659	0,572	0,525	0,583	0,616	0,583	0,627		
H.exp.	0,602	0,620	0,595	0,572	0,555	0,506	0,539	0,526	0,538	0,527	0,200	0,558
Int. Spol. (α = 0,05)	0,565	0,639	0,560	0,536	0,523	<b>0,438</b>	<b>0,573</b>	0,510	0,510	<b>0,565</b>		
H.exp.	0,559	0,593	0,560	0,564	0,550	0,564	0,561	0,547	0,549	0,525	0,000	0,557
Int. Spol. (α = 0,05)	0,537	0,582	0,523	0,597	0,514	0,546	0,581	0,516	0,528	0,501		
H.exp.	0,606	0,635	0,604	0,573	0,553	0,573	0,585	0,569	0,537	0,551	0,000	0,579
Int. Spol. (α = 0,05)	0,583	0,630	0,556	0,539	0,511	0,545	0,600	0,550	0,515	0,559		
H.exp.	0,549	0,580	0,560	0,566	0,534	0,509	0,527	0,527	0,542	0,549	0,100	0,544
Int. Spol. (α = 0,05)	0,529	0,570	0,531	0,542	0,518	<b>0,478</b>	<b>0,539</b>	0,511	0,515	0,568		
H.exp.	0,571	0,609	0,602	0,589	0,565	0,566	0,586	0,572	0,522	0,524	0,200	0,571
Int. Spol. (α = 0,05)	0,545	0,597	0,564	0,639	0,548	0,529	0,603	0,540	<b>0,496</b>	<b>0,548</b>		
H.exp.	0,559	0,576	0,578	0,558	0,536	0,523	0,535	0,527	0,529	0,527	0,500	0,545
Int. Spol. (α = 0,05)	<b>0,500</b>	<b>0,618</b>	0,512	0,640	0,512	<b>0,498</b>	<b>0,549</b>	<b>0,496</b>	<b>0,497</b>	<b>0,560</b>		
H.exp.	0,632	0,638	0,629	0,615	0,647	0,643	0,619	0,645	0,640	0,637	0,000	0,635
Int. Spol. (α = 0,05)	0,598	0,665	0,605	0,653	0,607	0,590	0,696	0,596	0,593	0,687		
H.exp.	0,550	0,604	0,614	0,590	0,572	0,564	0,570	0,579	0,586	0,560	0,100	0,579
Int. Spol. (α = 0,05)	<b>0,479</b>	<b>0,622</b>	0,579	0,628	0,555	0,546	0,581	0,568	0,575	0,598		
H.exp.	n/a	n/a	n/a	0,552	0,548	0,542	0,550	0,545	0,538	0,569	0,143	0,549
Int. Spol. (α = 0,05)	n/a	n/a	n/a	0,529	0,532	0,503	0,581	0,505	<b>0,488</b>	<b>0,588</b>		
H.exp.	0,580	0,603	0,547	0,570	0,571	0,593	0,570	0,531	0,536	0,508	0,200	0,561
Int. Spol. (α = 0,05)	0,551	0,608	0,515	0,579	0,552	0,575	0,611	0,506	<b>0,485</b>	<b>0,588</b>		

Zdroj: vlastní zpracování

Hlavním cílem je ověřit předpoklad, na němž jsou založeny EMH a moderní teorie portfolia (MPT), že výnosy akcií sledují náhodnou procházku, a proto frekvence výskytu může být s dostatečnou přesností aproximována normálním rozdělením. Ve zkoumaném období let 1998–2017 pro většinu indexů odhady Hurstova exponentu výrazně divergují od kritériální hodnoty pro proces náhodné procházky (RW). Sloupec „Podíl RW“ v tabulkách 2 a 3 uvádí podíl případů, kdy hodnota  $H = 0,5$  náleží do 95% intervalu spolehlivosti odhadu exponentu  $H$ . U většiny zkoumaných indexů lze na základě intervalu spolehlivosti zamítnout hypotézu náhodné procházky. U 22 z 27 akciových indexů nepřesahuje podíl „RW period“ jednu třetinu. Pro většinu indexů z výběrového souboru tedy platí, že řada denních výnosů vykazuje po většinu času perzistentní chování.

Zaměříme-li se na bodové odhady exponentu  $H$  a jejich chování ve zkoumaných obdobích, je zajímavé, že nejvyšší odhady  $H$  vykazují indexy v období května 1999 až srpna 2009. Toto období zahrnuje propad akciových trhů na přelomu tisíciletí, válečný konflikt v Afghánistánu a Iráku, v období let 2001–2004 také rekordně nízké úrokové sazby v USA v kontextu jedné generace, finanční krizi z let 2007/2008 až po druhé čtvrtletí roku 2009, kdy bylo dosaženo dna hospodářské krize v USA. Evropská dluhová krize do tohoto období již nespadá, protože její počátek je obvykle datován na konec roku 2009. Její důsledky pro akciový trh by se tedy promítly až do následujících období. Největší mediální zájem o evropskou dluhovou krizi spadá podle Google Trends do období od poloviny roku 2011 do léta 2012. Odhady exponentu  $H$  nicméně od zmíněného období let 1999–2009 v následujících obdobích klesají. Z pásma  $H \in (0,55; 0,65)$ , přičemž více než polovina indexů vykazuje odhad  $H > 0,6$  v období 1999–2009, dochází k postupnému posunu, kdy převážná část indexů spadá do pásma  $H \in (0,5; 0,6)$  po zbytek období až do roku 2017. Výjimek je jen několik. Index FTSE 100 se například jako jediný pohybuje v období končícím roky 2013–2015 pod hodnotou 0,5. Naopak indexy SSE, KSE a MERV po většinu období setrvávají nad hodnotou 0,6. Vliv evropské dluhové krize by mohl být patrný na indexu EURO STOXX 50, který zahrnuje lídry jednotlivých odvětví v 11 zemích eurozóny. Odhad  $H$  je v obdobích let 2001–2011 a 2002–2012 nižší než ve zmíněném období 1999–2009. Nicméně je nutné upozornit, že snaha o identifikaci konkrétních příčin může být předem zmařena, a to především ze dvou důvodů. Zaprvé můžeme snadno podlehnout retrospektivnímu zkusení a dané vysvětlení přijmeme jen proto, že zapadá do našeho konceptuálního rámce. Připustíme-li, že kapitálový trh je komplexním systémem, pak takový systém vykazuje nelineární reakce na podnět, protože v samotných základech těchto systémů je zabudován mechanismus rekurzivních vazeb. Přítomnost těchto smyček je zodpovědná za nepředvídatelnost komplexních systémů. To je důvod druhý.

Seřadíme-li indexy podle průměru bodových odhadů  $H$ , přiblíží se hodnotě 0,5 pouze dva indexy – index FTSE 100 a index FTSE\_SA jihoafrického akciového trhu. Index DJIA vykazuje průměr 0,538. Pro ostatní indexy je průměr bodových odhadů větší než 0,540. Na spodním konci spektra se nacházejí, jak bychom patrně očekávali, indexy CAC 40, RUSSELL 2000, S&P 500, ale také index moskevské burzy MCX a polský WIG 20. Všechny s průměrnými hodnotami 0,543–0,549. V intervalu 0,551–0,558 se, řazeny vzestupně, nachází jihokorejský KOSPI, IBEX 35, index eurozóny EURO STOXX 50,

mexický IPC, Nikkei a NASDAQ. NASDAQ podle očekávání vykazuje v kontextu porovnání se zbývajícími obdobími nejvyšší odhady  $H$  v období let 1998–2008 a 1999–2009, kdy se patrně projevila váha technologického odvětví v tomto indexu. V následujících obdobích se vliv rušného přelomu tisíciletí v sektoru technologií vytrácí a hodnota bodového odhadu  $H$  se ke konci sledovaného období ustaluje kolem 0,53. Do skupiny s  $\bar{H} \in (0,56; 0,57)$  patří istanbulský index XU 100, jihoamerické indexy BVSP a IPSA a zástupce rozvinutých kapitálových trhů DAX, který se umístil mezi jihoamerickými indexy. Průměrné hodnoty  $H$  z intervalu  $(0,57; 0,59)$  vykazují indexy spíše rozvíjejících se trhů. Do této skupiny spadá indický BSESEN, IHI, index pražské burzy PX, TWIL, MERV a rakouský index ATX. S průměrem odhadu exponentu  $H$  větším než 0,63 jsou v souboru dva indexy. Jedná se o pákistánský index KSE a čínský index SSE. I přesto, že se indexy rozvinutých kapitálových trhů západní Evropy, USA a Japonska umístily převážně ve spodní polovině spektra, stále jsou průměrné hodnoty  $H$ , s výjimkou indexů FTSE 100 a FTSE\_SA, velmi vzdáleny teoretickému předpokladu náhodné procházky. Založíme-li naši interpretaci na intervalových odhadech Hurstova exponentu a podílu období, kdy interval spolehlivosti obsahuje kritériální hodnotu  $H = 0,5$ , závěr se nezmění. Pro všechny indexy, opět s výjimkou FTSE 100 a FTSE\_SA, představuje perzistence trendu v desetiletém období normu. Nejedná se o patologii, ale inherentní vlastnost kapitálových trhů. Pro upřesnění je třeba dodat, že indexy CAC 40, DJIA a S&P 500 se v posledních sledovaných obdobích, tj. 2005–2015, 2006–2016, 2007–2017, posunuly do pásma nižších hodnot bodových odhadů  $H$  a podíl intervalů spolehlivosti zahrnujících hodnotu 0,5 je roven jedné polovině u amerických indexů a 3/5 u indexu francouzského. Ani relativně široká diverzifikace napříč sektory a státy u indexu RUSSELL 2000 nemění nic na převládající tendenci sledování lokálních trendů. Perzistence trendu je dominantním typem chování akciových trhů ve zkoumaných desetiletých obdobích. Rozdělení na rozvojové a rozvíjející se trhy, zdá se, vede pouze k tomu, že některé rozvíjející se trhy vykazují mírně silnější tendenci sledovat lokální trendy než některé rozvinuté trhy. Všechny trhy ale ve sledovaném období převážně trendují.

Index S&P 500 je jako jediný sledován po dlouhé období 67 let. Opět byly odhadnuty exponenty  $H$  pro jednotlivá desetiletí, kdy každé období zahrnuje 2 560 pozorování s krokem 250. První sloupec v tabulce 4 uvádí rok, v němž dané desetileté období končí. Hodnoty pro období let 1998–2017 jsou v této tabulce vynechány, protože je možné je nalézt v souhrnné tabulce 3. Tučně jsou vyznačeny intervaly spolehlivosti, které zahrnují kritériální hodnotu  $H = 0,5$ .

Zajímavým zjištěním je skutečnost, že v době, kdy Fama (1965) formuloval EMH, Markowitz (1952) a později Sharpe (1964) položili základy MPT, Black, Scholes (1973) a Merton představili model oceňování opcí, vykazuje patrně jeden z nejsledovanějších světových indexů chronicky perzistentní chování s několika periodami, kdy bodový odhad exponentu  $H$  překračuje hodnotu 0,6, což je v dnešním kontextu výjimečná hodnota i pro malé a rozvíjející se trhy. V období let 1950–1989 vykazuje S&P 500 nepřerušovanou řadu dekád perzistentního chování. Od období končícího rokem 1990 nastává změna a na základě intervalu spolehlivosti nelze předpoklad náhodné procházky

zamítnout. Do konce časové řady je takových období 20 z 28. Bodové odhady, které jsou velmi často používány bez odkazu na intervaly spolehlivosti, opět potvrzují převažující perzistenci trendu také v tomto období.

**Tabulka 4 | Odhad exponentu H a 95% interval spolehlivosti pro desetiletá období denních výnosů indexu S&P 500**

Rok	H. exp.	Int. Spol. ( $\alpha = 0,05$ )		Adj. R <sup>2</sup>	Rok	H. exp.	Int. Spol. ( $\alpha = 0,05$ )		Adj. R <sup>2</sup>
		dolní mez	horní mez				dolní mez	horní mez	
1960	0,559	0,528	0,590	0,997	1984	0,557	0,536	0,577	0,999
1961	0,573	0,541	0,606	0,997	1985	0,563	0,522	0,603	0,995
1962	0,609	0,556	0,662	0,993	1986	0,542	0,512	0,572	0,997
1963	0,597	0,561	0,633	0,997	1987	0,549	0,518	0,580	0,997
1964	0,581	0,564	0,597	0,999	1988	0,560	0,528	0,592	0,997
1965	0,592	0,573	0,611	0,999	1989	0,543	0,522	0,564	0,999
1966	0,592	0,552	0,632	0,996	1990	0,544	<b>0,500</b>	<b>0,588</b>	0,994
1967	0,587	0,564	0,611	0,998	1991	0,524	<b>0,480</b>	<b>0,569</b>	0,993
1968	0,571	0,522	0,620	0,993	1992	0,500	<b>0,466</b>	<b>0,533</b>	0,996
1969	0,584	0,550	0,617	0,997	1993	0,514	<b>0,487</b>	<b>0,542</b>	0,997
1970	0,609	0,589	0,628	0,999	1994	0,499	<b>0,470</b>	<b>0,527</b>	0,997
1971	0,641	0,622	0,660	0,999	1995	0,547	0,518	0,576	0,997
1972	0,596	0,548	0,643	0,994	1996	0,530	0,506	0,554	0,998
1973	0,600	0,576	0,624	0,999	1997	0,518	<b>0,493</b>	<b>0,542</b>	0,998
1974	0,596	0,575	0,617	0,999	1998	0,513	<b>0,469</b>	<b>0,557</b>	0,993
1975	0,611	0,591	0,630	0,999	1999	0,467	<b>0,422</b>	<b>0,511</b>	0,992
1976	0,599	0,542	0,656	0,992	2000	0,502	<b>0,472</b>	<b>0,533</b>	0,997
1977	0,625	0,587	0,663	0,997	2001	0,526	<b>0,468</b>	<b>0,584</b>	0,989
1978	0,610	0,575	0,645	0,997	2002	0,529	<b>0,442</b>	<b>0,616</b>	0,976
1979	0,589	0,542	0,636	0,994	2003	0,565	0,510	0,621	0,991
1980	0,579	0,562	0,595	0,999	2004	0,515	<b>0,488</b>	<b>0,543</b>	0,997
1981	0,593	0,542	0,644	0,993	2005	0,481	<b>0,431</b>	<b>0,531</b>	0,990
1982	0,594	0,571	0,616	0,999	2006	0,542	<b>0,482</b>	<b>0,603</b>	0,989
1983	0,586	0,552	0,621	0,997	2007	0,499	<b>0,445</b>	<b>0,552</b>	0,990

Zdroj: vlastní zpracování

Po převážnou část pozorování je možné tvrdit, že výnosy S&P 500 nesledují náhodnou procházku. Vyloučit tuto možnost ale na základě intervalů spolehlivosti nelze pro 7/10 desetiletých odhadů do konce řady počínaje obdobím let 1980–1990. Postupné zvyšování bodového odhadu  $H$  lze pozorovat pro období let 1998–2008, 1999–2009 a 2000–2010, což jsou období, která zahrnují všechny výše zmíněné externí vlivy – technologické bubliny, válka USA proti terorismu, náraz hypoteční a později finanční krize. Index NASDAQ v těchto obdobích také vykazuje relativně vysoké hodnoty bodových odhadů exponentu  $H$ : 0,602, 0,620, 0,595 (viz tabulka 3), ale v předchozích desetiletích si podle bodových odhadů perzistentní chování denních výnosů s relativně vysokými exponenty  $H$  z intervalu (0,56; 0,6) pro období končící léty 2000–2007 na rozdíl od indexu S&P 500 uchovává. V období let 1990–2000 je  $H = 0,590$  v porovnání s indexem S&P 500, kde je  $H = 0,502$ . Index S&P 500 patrně nebyl takovým způsobem ovlivněn strmým propadem technologických odvětví, protože se jedná o průřezový index, proto bodový odhad  $H$  patrně roste až v obdobích, která akumulují několik krizových událostí. Podržíme-li tuto interpretaci, můžeme spekulovat, že období šedesátých až sedmdesátých let 20. století s vysokými bodovými odhady kolem hodnoty  $H = 0,6$  odráží zvýšenou nervozitu na trzích. Možnými příčinami mohou být tzv. ropné šoky a hospodářská recese na počátku sedmdesátých let s nekonečnou válkou ve Vietnamu, jejíž podpora začala slábnout. Na druhou stranu období šedesátých let představuje téměř desetiletí trvajících nepřetržitého hospodářského růstu. To je situace, která se v USA zopakovala až v devadesátých letech a na podobný výsledek aspiruje ekonomika USA i v současnosti.

#### 4. Diskuze

Grech a Mazur (2003) se zabývali využitelností exponentu  $H$  k indikaci tržních zvrátů. Autoři neočekávali, že by  $H$  mohl být použit k přesnému časování trhu, pouze očekávali, že by mohl poskytnout užitečné informace o systému. V jejich interpretaci  $H$  měří úroveň perzistence v daném signálu. Je-li  $H \neq 0,5$ , implikuje tato hodnota korelaci na dlouhou vzdálenost. Hypotézou autorů je, že dramatickým tržním zvrátům předcházejí období zvýšené nervozity trhu, které se projeví ve formě závislosti po sobě následujících cenových změn. A právě exponent  $H$  podle autorů signalizuje tyto změny směřování trhu. Podle autorů je možné sledovat dlouhodobou korelaci výnosů ( $H > 0,5$ ) u silných dlouhotrvajících trendů a významné propady  $H$  před změnou tohoto trendu. V souladu s interpretací Grecha a Mazura vykazují také indexy zkoumané v této práci vyšší hodnoty  $H$  v obdobích bohatých na krizové události. V případě, že si zobrazíme denní výnosy jako z-skóre, tj. odchylky od průměru vyjádřené v násobcích směrodatné odchylky, je jednoznačně možné rozlišit reálnou časovou řadu výnosů zvoleného indexu a bílý šum. V případě náhodné procházky jsou vysoké hodnoty z-skóre rozptýleny náhodně a výjimečně přesáhnou hodnotu  $3\sigma$ . Z-skóre reálné řady dosahuje i dvouciferných násobků směrodatné odchylky a hodnoty na úrovni 8 až  $9\sigma$  nejsou příliš vzácné. Navíc reálné řady vykazují tendenci ke shlukování těchto velkých odchylek. V reálných časových řadách indexů jsou sekvence větších než  $3\sigma$  událostí normou. Velká změna tak spustí řetězec následných velkých změn, které tlačí odchylky až k velmi vysokým hodnotám z-skóre.

Pro zachování lokálního charakteru  $H$  doporučují Grech a Mazur (2003), aby časové okno obsahovalo nejvýše 240 pozorování. Svou volbu odvozují od přibližného počtu obchodních dní v roce. Počet pozorování v daném boxu pak leží v intervalu  $(5;N/5)$ , přičemž tato volba není v článku zdůvodněna. Autoři svou hypotézu testovali na propadech indexu DJIA z let 1929 a 1987. Podle autorů měsíc před 3. 9. 1929 je pozorovatelný významný pokles lokálního exponentu  $H$ . Pokles nastal rovněž před 13. 10. 1987. V tomto případě ale pokles započal již o rok dříve. Nízká hodnota  $H$  indikuje vysokou fraktální dimenzi, která by mohla být interpretována jako zvýšená volatilita či nervozita investorů. Přejít k antiperzistentnímu chování v krizových obdobích v této práci pozorován nebyl. Naopak v obdobích zahrnujících větší počet krizových událostí (1999–2009) většina sledovaných indexů vykazuje nejvyšší  $H$ . Je ovšem pravda, že u indexu S&P 500 je bodový odhad  $H$  v období před finanční krizí (1997–2007) na úrovni 0,499. Je třeba zdůraznit, že odhady v této práci nemají lokální charakter exponentů odhadovaných Grechem a Mazurem. Omezením metody navržené Grechem a Mazurem je ale arbitrárnost volby délky intervalu, který má po relevantní změně  $H$  následovat a skončit významným tržním posunem. Interpretace zvolená autory může vést k iluzorní sebekonfirmaci, protože v historických datech vždy nalezneme změnu  $H$ , která bude předcházet určitému tržnímu zlomu. Využitelnost exponentu  $H$  k předpovědím tržních zvrátů je podle autora této práce velice malá.

Na rozdíl od Carbone (2004) vykazuje DAX v desetiletých obdobích spíše perzistentní chování. Carbone používá k odhadu metodu DMA a data na nízkém stupni granularity generovaná po minutách za období let 1996–2002. Hodnota  $H$  v tomto období oscilovala mezi 0,38 a 0,56. Intervaly spolehlivosti odhadů autorka, stejně jako Grech a Mazur, neuvádí. Interpretace výsledků relevantní pro kapitálový trh rovněž není uvedena, protože článek je koncipován jako verifikace použitelnosti metody DMA k odhadu Hurstova exponentu.

Křišťoufek (2010) testoval vlastnosti odhadů exponentu  $H$  provedené metodou DFA a R/S na simulovaných časových řadách. Uvádí, že intervaly spolehlivosti odhadu  $H$  jsou velmi široké, a odhady tedy nespolehlivé u obou metod pro krátké časové řady do 1 000 pozorování. Rozdíl v odhadech při použití jedné či druhé metody je podle Křišťoufka při více než 1 000 pozorování velmi malý a z důvodu užších intervalů spolehlivosti byla pro tuto práci preferována metoda R/S. Ve svém dalším článku Křišťoufek (2012) navrhuje měřítko efektivity trhu, kdy tato efektivita je měřena jako vzdálenost daného trhu od ideálního efektivního trhu. Každý trh je trojrozměrným vektorem charakterizovaným exponentem  $H$ , fraktální dimenzí a entropií, která se stanoví jako rozdíl  $D-H$ . Ideální efektivní trh tak má souřadnice  $(0,5;1,5;1)$ , což odpovídá Brownovu pohybu. K odhadu  $H$  byly použity všechny výše zmíněné metody – R/S, DFA, DMA. Index Efektivnosti je pak odmocninou čtverců odchylek od ideálního efektivního trhu. Pro efektivní trh nabývá index efektivnosti hodnoty 0. Jak bychom očekávali podle EMH, nejbližší k efektivnímu trhu jsou podle Křišťoufka indexy FTSE, S&P500, CAC40 a Nikkei. Překvapující je, že americké indexy NASDAQ a DJIA se podle indexu efektivnosti umístily až za indexy Švýcarska a Brazílie, ale také za Polskem či Maďarskem. Podle Křišťoufka je velmi



překvapující, že všech 41 sledovaných indexů je charakterizováno fraktální dimenzí menší než 1,5. Tato dimenze signalizuje, že na lokální úrovni časové řady trendují, což odporuje EMH. Převážná část indexů sledovaných Křišťoufkem v období od roku 2000 do srpna 2011 vykazuje perzistentní chování, což je v souladu s výsledky této práce.

Exotičtější rozvíjející se trhy v období let 2007–2012 zkoumal Sensoy (2013). Provedl odhady Hurstových exponentů pro členy Federace euroasijských akciových burz, jako např. Chorvatsko, Bosna a Hercegovina, Bulharsko, Egypt, Írán, Kazachstán a dalších 13 zemí. I mezi těmito rozvíjejícími se kapitálovými trhy jsou značné rozdíly. Zatímco Turecko oscilovalo v tomto období kolem hodnoty 0,5, indexy Íránu či Makedonie se pohybovaly na úrovni 0,8, respektive 0,7, což jsou hodnoty indikující existenci silných lokálních trendů. Vedle zde zmíněných je exponent  $H$  odhadován také pro měnové páry (Moody, Wu, 1995), ceny dluhopisů, komodit (Mandelbrot, 1963, Liu, 2014) a jednotlivých akciových titulů, aktuálně například se zaměřením na finanční krizi 2008 (Morales *et al.*, 2012), je užíván v hydrologii (Hurst, 1956) a v mnoha dalších aplikacích při analýze časových řad a jejich dlouhodobé paměti.

## Závěr

Většina zkoumaných indexů vykazuje perzistentní chování. Budou-li eliminačním kritériem bodové odhady  $H$ , jak je běžné u ostatních autorů, bude tendence sledovat lokální trendy společná prakticky všem indexům bez ohledu na období, pro které je odhad prováděn. Výjimkami jsou indexy FTSE 100 a FTSE\_SA, které po většinu období oscilují blízko  $H = 0,5$ . Perzistentní časové řady denních výnosů odporují předpokladu náhodné procházky, EMH a MPT jsou tímto falzifikovány. Lokální trendy, tj. vysoké  $H$ , jsou obvykle očekávány u malých a rozvíjejících se trhů. Předpokládá se, že efektivnost daného trhu je funkcí objemů obchodů. Závěry této práce tomu nenasvědčují, stejně jako práce Křišťoufka (2012), kde obdobné hodnoty  $H$  vykazují indexy vyspělých západních zemí a zemí třetího světa. V této práci jsou hodnoty  $H$  podobné pro rozvíjející se i rozvinuté trhy. Nicméně indexy zkoumané v této práci a indexy zkoumané Křišťoufkem jsou převážně dobře známými akciovými indexy. Sensoy (2013) zkoumá exotičtější trhy, u nichž by bylo možné odvodit kauzální souvislost mezi efektivností a velikostí daného trhu.

Exponent  $H$  by ovšem neměl být interpretován jako indikátor potenciálně výnosných investičních příležitostí. Grech a Mazur (2003) sice používají odhady lokálního exponentu  $H$  k předpovědi významných tržních zvrátů, ale interpretace výsledků je poněkud arbitrární a stěžejí může vést k založení spekulativní obchodní strategie na tomto časovacím indikátoru. Vhodnější je interpretace  $H$  použita v této práci – slouží k určení druhu dlouhodobé závislosti v časové řadě. Zde zkoumané akciové indexy jsou perzistentní. Je tedy pravda, že indexy na lokální úrovni trendují častěji než procesy sledující náhodnou procházku. To je ale vše, co nám exponent  $H$  říká. Hodnoty odhadnutých exponentů se neblíží jedné, proto lokální trendy budou spíše slabé. O jejich rozložení v časových řadách také nic nevíme. Odpovědi možná poskytne rozvíjející se věda o nelineární dynamice, populárně označovaná jako teorie chaosu, kde vedle Lyapunovových exponentů je Hurstův exponent jednou z charakteristik fázových prostorů.



## Literatura

- Bachelier, L. (1900). The Theory of Speculation. *Annales scientifiques de l'École Normale Supérieure*, 3(17), 21–86.
- Barunik, J., Křištofuk, L. (2010). On Hurst Exponent Estimation Under Heavy-tailed Distributions. *Physica A*, 389(18), 3844–3855, <https://doi.org/10.1016/j.physa.2010.05.025>
- Black, F., Scholes, M. (1973). The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *The Journal of Political Economy*, 81(3), 637–654, <https://doi.org/10.1086/260062>
- Carbone, A. et al. (2004). Time-dependent Hurst Exponent in Financial Time Series. *Physica A*, 344(1–2), 267–271, <https://doi.org/10.1016/j.physa.2004.06.130>
- Fama, E. F. (1963). Mandelbrot and the Stable Paretian Hypothesis. *The Journal of Business*, 36(4), 420–429, <https://doi.org/10.1086/294633>
- Fama, E. F. (1965). The Distribution of Daily Differences of Stock Prices: a Test of Mandelbrot's Stable Paretian Hypothesis. Doctoral dissertation, Graduate School of Business, University of Chicago.
- Fama, E. F. (1965). The Behavior of Stock-Market Prices. *The Journal of Business*, 38(1), 34–105, <https://doi.org/10.1086/294743>
- Fama, E. F., Blume, M. E. (1966). Filter Rules and Stock-Market Trading. *The Journal of Business*, 39(1), 226–241, <https://doi.org/10.1086/294849>
- Grech, D., Mazur, Z. (2003). Can One Make any Crash Prediction in Finance Using the Local Hurst Exponent Idea? *Physica A*, 336(1–2), 133–145, <https://doi.org/10.1016/j.physa.2004.01.018>
- Huerta de Soto, J. (2013). *Teorie dynamické efektivnosti*. 1. vyd. Praha: Dokořán. ISBN 978-80-7363-572-5.
- Hurst, H. E. (1956). Long-term Storage Capacity of Reservoirs. *Transaction of the American Society of Civil Engineers*, 116, 770–799.
- Keynes, J. M. (2016). *A Treatise On Probability*. Middletown: CreateSpace Independent Publishing Platform. ISBN 978-1537084893.
- Křištofuk, L. (2010). Rescaled Range Analysis and Detrended Fluctuation Analysis: Finite Sample Properties and Confidence Intervals. *AUCO Czech Economic Review*, 4(3), 315–329.
- Křištofuk, L., Vošvrda, M. (2012). Efektivita kapitálových trhů: fraktální dimenze, Hurstův exponent a entropie. *Politická ekonomie*, 60(2), 208–221, <https://doi.org/10.18267/j.polek.838>
- Mandelbrot, B. (1963). The Variation of Certain Speculative Prices. *The Journal of Business*, 36(4), 394–419, [https://doi.org/10.1007/978-1-4757-2763-0\\_14](https://doi.org/10.1007/978-1-4757-2763-0_14)
- Mandelbrot, B. (1997). *Fractals and Scaling in Finance: Discontinuity, Concentration, Risk*. 1. vyd. New York: Springer. ISBN 0-387-98363-5.
- Mandelbrot, B. (2008). How Fractals Can Explain What's Wrong with Wall Street. *Scientific American*, 15. 9. 2008.
- Mansukhani, S. (2012). The Hurst Exponent: Predictability of Time Series. *Analytics Magazine*, 4, 29–31.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77–91.
- Moody, J., Wu, L. (1995). Price Behavior and Hurst Exponents of Tick-by-tick Interbank Foreign Exchange Rates. *Proceedings of Conference on Computational Intelligence for Financial Engineering*, 26–30, <https://doi.org/10.1109/cifer.1995.495228>

- Morale, R. et al. (2012). Dynamical Generalized Hurst Exponent as a Tool to Monitor Unstable Periods in Financial Time Series. *Physica A*, 391(11), 3180–3189, <https://doi.org/10.1016/j.physa.2012.01.004>
- Peng, C.-K. et al. (1994). Mosaic Organization of DNA Nucleotides. *Physical Review E*, 49(2), 1685–1689, <https://doi.org/10.1103/physreve.49.1685>
- Sensoy, A. (2013). Time-varying Long Range Dependence in Market Returns of FEAS Members. *Chaos, Solitons & Fractals*, 53, 39–45, <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2013.05.004>
- Sharpe, W. F. (1964). Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. *The Journal of Finance*, 19(3), 425–442, <https://doi.org/10.2307/2977928>
- Taleb, N. (2013). Zrádná nahodilost: o skryté roli náhody na trzích a v životě. 1. vyd. Praha: Paseka. ISBN 978-80-7432-292-1.
- Taleb, N. (2014). Antifragilita: jak těžit z nahodilosti, neurčitosti a chaosu. 1. vyd. Praha: Paseka. ISBN 978-80-7432-498-7.