POROVNANIE PRÍSTUPOV NA VÝPOČET HODNOTY V RIZIKU MENOVÝCH PORTFÓLIÍ

Marián Rimarčík, Ekonomická univerzita Bratislava, Podnikovohospodárska fakulta Košice

1. Úvod

Dôležitosť merania rizika portfólia finančných aktív je už dávno nespochybniteľná. Základný kameň merania rizika položil v roku 1959 Harry Markowitz vo svojej stati Výber portfólia. Za mieru rizika považoval štatistickú charakteristiku rozptylu. Nárast obchodovania a trhovú nestabilitu v posledných rokoch vyvolali záujem o vývoj spoľahlivých techník na meranie rizika. Jednu takúto pokročilú techniku predstavujú aj modely hodnoty v riziku (Value-at-Risk: VaR). Tieto modely merajú trhovú riziku portfólia finančných aktív, teda riziko, že trhová hodnota portfólia poklesne dôsledkom zmien úrokových mier, menových kurzov, cien akcií alebo komodít.

Rozhodujúci prielom vo využívaní metodiky VaR spôsobila spoločnosť J. P. Morgan, ktorá v októbri 1994 úspešne vytvorila trhovú šandard merania rizika pomocou VaR, tj. systém RiskMetrics™. „RiskMetrics sa stal klasickým dielom, ktorým sa začal dodnes neutíchajúci záujem vedeckej obce a praktikov o meranie rizika pomocou VaR“ (Hallerbach, 1999, s. 3). V súčasnosti VaR okrem bánk využívajú v čoraz väčšej miere aj menšie finančné inštitúcie, inštitucionálni investori a nefinančné podniky.

2. Teoretické východiská

VaR je definovaný ako jednostranný interval spoľahlivosti potenciálnych strát hodnoty portfólia počas špecifikovanej doby držania. Toto možno zapísať nasledovne:

$$P(V_0 - \tilde{V}_t \leq \text{VaR}) = c, \quad (1)$$

kde P – pravdepodobnosť, V_0 – súčasná hodnota portfólia na začiatku obdobia, t – časový horizont, na ktorý sa robí predpoveď, $\tilde{V}_t$ – súčasná hodnota portfólia na konci obdobia (stochastická premenná), VaR – hodnota v riziku, c – hladina spoľahlivosti (v percentách).

Ak sa 95% jednoduchý VaR portfólia rovná 1 milión CZK, znamená to, že s 95% pravdepodobnosťou strata hodnoty portfólia v priebehu nasledujúceho dňa nepresiahne 1 milión CZK. Výpočet VaR je možné uskutočniť rôznymi spôsobmi. Tradične sa používajú tri (pozri Jílek, 2000):

- historická simulácia,
- variančno-kovariančná metóda (nazýva sa tiež analytická metóda),
- Monte Carlo simulácia.

Odhady VaR vypočítané jednotlivými metódami sa môžu výrazne líšiť. Beder (1995) použil osem metód na výpočet VaR troch hypotetických portfólií. Výsledky

ukázali, že rozdiely medzi týmito metódami môžu byť veľmi veľké. Odhady VaR pre to isté portfólio sa líšili viac ako 14 násobne.

Cieľom príspevku je pomocou siedmich kritérií porovnať výkonnosť historickej simulácie a variančno-kovariančnej metódy na odhad jednodňového 95% VaR menových portfólií. Celkovo jedenásť prístupov je testovaných na vzorke tisíc náhodných portfólií tvorených pozíciami v EUR a USD voči CZK. Tento článok je inšpirovaný výskumom D. Hendricksa (1996). Autor v ňom hodnotil výkonnosť dvanástich prístupov na výpočet VaR na vzorke tisíc náhodných portfólií pozostávajúcich zo šiestich cudzích mien, pričom základnou menou bol americký dolár s využitím údajov za 17 rokov.

3. Údajová základňa

Vstupmi do analýzy boli časové rady denných kurzov EUR a USD ako najdôležitejších mien v ČR, vyhlasovaných ČNB od 5. 1. 1999 do 30. 9. 2004, teda za 1 452 dní. Z týchto údajov sa vypočítali relatívne výnosy (r_t) EUR a USD:

$$r_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}, \quad (2)$$

kde P_t – cena (CZK/EUR, resp. CZK/USD) v čase t , P_{t-1} – cena v čase $t-1$. Popisné štatistiky relatívnych výnosov EUR a USD sú uvedené v tabuľke 1.

Tabuľka 1

Popisné štatistiky relatívnych výnosov EUR a USD

	Priemer	Medián	Minimum	Maximum	Št. odch.	Šikmosť	Špicatosť
EUR	- 0,00007	- 0,00014	- 0,02450	0,03153	0,00381	0,37418	6,90403
USD	- 0,00009	- 0,00003	- 0,03373	0,03837	0,00725	- 0,00873	1,32767

Stredné hodnoty výnosov EUR a USD sa ani napriek veľkej vzorke štatisticky významne nelíšili od nuly ($P > 0,5$ použitím t -testu, Wilcoxonovho testu a znamienkového testu). Nezávislosť výnosov bola testovaná Box-Ljungovým testom pre časový posun 15 ($Q = 13,269$, $P = 0,582$ pre EUR a $Q = 11,021$, $P = 0,751$ pre USD). Shapirov-Wilkov test v oboch prípadoch normalitu zamietol ($P < 0,001$), čo bolo spôsobené hlavne častejším výskytom extrémnych hodnôt ako možno očakávať v prípade normálneho rozdelenia. Korelácia medzi výnosmi EUR a USD bola $r = 0,4$ a $P < 0,001$. Nezávislosť reziduí bola testovaná pomocou Durbin-Watsonovej štatistiky ($DW = 2,03$, $P = 0,685$ pre pozitívnu autokoreláciu a $P = 0,314$ pre negatívnu autokoreláciu).

4. Výpočet hodnoty v riziku menového portfólia

Všetky metódy na výpočet VaR vychádzajú z historických údajov (výnosov trhových faktorov, teda kurzov, úrokových mier a pod., ktoré determinujú hodnotu portfólia v každom časovom okamihu). V predkladanom príspevku sú trhovými faktormi kurzy CZK/EUR a CZK/USD.

Podstatou historickej simulácie (HS) je zostrojenie N hypotetických cien trhových faktorov použitím aktuálnych cien trhových faktorov a výnosov trhových faktorov zaznamenaných počas predchádzajúcich N dní. Pomocou hypotetických cien trhových faktorov sa vypočíta N hypotetických hodnôt portfólia. Odčítaním hypotetických hodnôt portfólia od dnešnej hodnoty portfólia sa získa N hypotetických ziskov a strát hodnoty portfólia. VaR sa určí ako príslušný percentil z rozdelenia

hypotetických ziskov a strát hodnoty portfólia. V predkladanom článku budú posudzované časové horizonty $N = 50, 125, 250$ a 500 dní.

Výpočet VaR pomocou variančno-kovariančnej metódy (VC) je založený na predpoklade, že výnosy relevantných trhových faktorov majú multivariačné normálne rozdelenie pravdepodobnosti. Tento predpoklad naše údaje nespĺňajú, pretože, ako už bolo ukázané, ani univariačné rozdelenia relatívnych výnosov EUR a USD nie sú normálne. V príspevku sa bude skúmať dopad porušenia tohto predpokladu. Východiskom variančno-kovariančnej metódy, ako napovedá samotný názov, je odhad variančno-kovariančnej matice výnosov trhových faktorov. Na výpočet kovariancií existujú dve koncepcie.

a) *Prístup rovnako vážených kľzavých priemerov* (equally weighted moving average) predstavuje jednoduchší z dvoch spôsobov výpočtu rozptylov a kovariancií. Kovariancia medzi výnosmi trhových faktorov X a Y pri použití prístupu rovnako vážených kľzavých priemerov sa vypočíta:

$$\text{Cov}(X, Y)_t = \frac{1}{k} \sum_{s=t-k}^{t-1} (x_s - \bar{x})(y_s - \bar{y}), \quad (3)$$

kde $\text{Cov}(X, Y)_t$ – odhad kovariancie medzi trhovými faktormi X a Y na začiatku dňa t , k – počet dní zahrnutých do výpočtu, x_s – výnos trhového faktora X v deň s oproti dňu $s-1$, y_s – výnos trhového faktora Y v deň s oproti dňu $s-1$, $\bar{x}$ – očakávaná hodnota výnosu trhového faktora X , $\bar{y}$ – očakávaná hodnota výnosu trhového faktora Y .

Podľa Figlewského (1994) sa očakávané výnosy trhových faktorov x a y vždy rovnajú nule. V článku sa skúma výkonnosť variančno-kovariančnej metódy pre $k = 50, 125, 250$ a 500 dní.

b) *Prístup exponenciálne vážených kľzavých priemerov* (exponentially weighted moving average) dáva dôraz na nedávne pozorovania využitím exponenciálne vážených priemerov štvorcov odchýlok. Na rozdiel od rovnako váženého prístupu, tento prístup priradzuje rozdielne váhy minulým pozorovaniam. Pretože váhy klesajú exponenciálne, najnovšie pozorovania dostávajú výrazne väčšiu váhu ako staršie pozorovania. Kovariancia medzi výnosmi trhových faktorov X a Y sa pri použití prístupu exponenciálne vážených kľzavých priemerov vypočíta:

$$\text{Cov}(X, Y)_t = (1 - \lambda)^{\sum_{s=t-k}^{t-1} \lambda} \sum_{s=t-k}^{t-1} \lambda (x_s - \bar{x})(y_s - \bar{y}), \quad (4)$$

kde $(0,1)$ predstavuje faktor útlmu (decay factor), ktorý určuje rýchlosť s akou váhy priradované minulým pozorovaniam klesajú, tak ako sa pozorovania stávajú vzdialenejšími. Teoreticky aby bol súčet váh rovný jednej, bolo by nutné použiť nekonečne veľa pozorovaní k . Pre hodnoty používané v praxi: $(0,94$ a $0,99)$ súčet váh konverguje k jednej už pri použití 75, resp. 150 pozorovaní. V predkladanom článku sa používa hodnota $k = 500$. Rovnako ako v prípade koncepcie vážených kľzavých priemerov sa predpokladá, že parametre x a y sú rovné nule. Ďalej sa bude pracovať s hodnotami $\lambda = 0,94, 0,97$ a $0,99$. Jednodňový 95% VaR menového portfólia tvoreného pozíciami v EUR a USD pre deň t sa odhadne:

$$\text{VaR}_t = 1,645 \sqrt{(Xr_x)^2 \text{Cov}_t(X, X) - 2Xr_x Yr_y \text{Cov}_t(X, Y) + (Yr_y)^2 \text{Cov}_t(Y, Y)} \quad (5)$$

kde X – pozícia v EUR v čase $t-1$, Y – pozícia v USD v čase $t-1$, r_x – relatívny výnos r_{t-1} EUR, r_y – relatívny výnos r_{t-1} USD, $Cov_t(A, B)$ – odhad kovariancie medzi výnosmi mien A a B na deň t .

Zhodnotenie výkonnosti jednotlivých prístupov na výpočet VaR vyžaduje aplikáciu simulačnej metodológie pozostávajúcej z piatich krokov:

- vytvorenie náhodného portfólia – generovanie pozícií v EUR a USD z dvoch nezávislých rovnomerných rozdelení so strednou hodnotou nula, maximom 1 000 a minimom -1 000;¹⁾
- výpočet odhadov VaR 11 prístupmi pre náhodné portfólio vybrané v kroku jeden na vzorke 951 dní – od 21. 12. 2000 do 30. 9. 2004. Na výpočet VaR boli vždy použité iba tie údaje (z minulosti), ktoré boli v deň robenia predpovede k dispozícii;
- výpočet skutočne zaznamenatej zmeny hodnoty portfólia pre každý deň vzorky;
- výpočet siedmich výkonnostných kritérií každého prístupu na odhad VaR pre náhodné portfólio vybrané v kroku jeden;
- zopakovanie krokov jeden až štyri 1 000 krát a tabuľacia výsledkov.

5. Výsledky simulácií

5. 1 Priemerné relatívne skreslenie

Priemerné relatívne skreslenie (mean relative bias – MRB) skúma, či rôzne prístupy produkujú odhady rizika podobnej priemernej veľkosti, alebo či niektoré prístupy produkujú systematicky nižšie, resp. vyššie odhady ako je priemerný odhad (average risk measure – ARM) pre daný deň. Výpočet kritéria pre j -ty prístup možno formálne zapísať nasledovne:

$$MRB_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n DRB_{ij}, \quad (6)$$

kde

$$DRB_{ij} = \frac{VaR_{ij} - ARM_i}{ARM_i}, \quad (7)$$

$$ARM_i = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m VaR_{ij}, \quad (8)$$

kde VaR_{ij} je odhad VaR na i -ty deň ($i = 1, \dots, n$) j -tým prístupom ($j = 1, \dots, m$).

Napr. hodnota $MRB_{HS50d} = 0,1$ znamená, že historická simulácia využívajúca 50 dní produkuje v priemere o 10 % väčšie odhady ako priemer všetkých posudzovaných prístupov.

Výsledky MRB (ako aj všetkých ostatných výkonnostných kritérií) pre jednotlivé náhodné portfóliá a prístupy na výpočet VaR sú uvedené v tabuľke 2 a v grafe 1. Názvy metód sú skrátené na HS a VC, doplnené o počet dní využitím ktorých boli odhady VaR vypočítané. Písmeno „L“ znamená využitie koncepcie exponenciálne vážených priemerov na odhad parametrov (napr. VC L94 znamená variančno-kovariančnú metódu využívajúcu koncepciu exponenciálne vážených priemerov s 0,94).

1) Prípadné vynásobenie hodnôt všetkých pozícií rovnakou konštantou (napr. 1 000) by nemalo dopad na žiadne z použitých výkonnostných kritérií.

Tabuľka 2

Priemerné relatívne skreslenie

Prístup	Priemer	Medián	Min.	Max.	25%	75%	Št. odch.	Šikmos•	Špicatos•
HS 500d	-0,011	-0,009	-0,070	0,071	-0,027	0,009	0,033	0,136	-0,123
HS 250d	-0,004	-0,001	-0,064	0,054	-0,026	0,018	0,030	-0,147	-0,965
HS 125d	0,006	-0,001	-0,045	0,064	-0,014	0,027	0,027	0,349	-0,831
HS 50d	0,106	0,086	0,047	0,204	0,062	0,157	0,054	0,715	-1,036
VC L94	-0,041	-0,049	-0,072	-0,008	-0,055	-0,020	0,019	0,625	-1,091
VC L97	-0,025	-0,033	-0,053	0,007	-0,041	-0,006	0,018	0,617	-1,141
VC L99	-0,008	-0,007	-0,032	0,022	-0,022	0,008	0,016	0,000	-1,326
VC 500d	0,017	0,023	-0,021	0,057	0,002	0,030	0,020	-0,469	-0,629
VC 250d	0,001	0,007	-0,026	0,024	-0,018	0,017	0,017	-0,406	-1,390
VC 125d	-0,009	-0,010	-0,033	0,017	-0,026	0,008	0,017	0,162	-1,369
VC 50d	-0,032	-0,042	-0,063	0,002	-0,046	-0,013	0,019	0,664	-1,052

Graf 1

Priemerné relatívne skreslenie

Tabuľka obsahuje popisné štatistiky vypočítané z 1 000 hodnôt kritéria pre 1 000 portfólií pre jednotlivé prístupy v riadkoch. Škatuľový graf zobrazuje na osi x hodnoty kritéria pre jednotlivé náhodné portfóliá a na osi y názvy prístupov na meranie VaR. Pre každý prístup (na vertikálnej osi) je zobrazený priemer (znak plus), medián (vertikálna čiara), 25. a 75. percentil (škatuľa), minimum a maximum (T).

Na rozdiel od Hendricksa (1996) sa jednoznačne nepotvrdil pozitívny vzťah medzi počtom dní použitých na výpočet a veľkosťami odhadov VaR. Rastúci počet dní spôsobuje vyššie odhady VaR iba v prípade variančno-kovariančnej metódy. V prípade historickej simulácie je tento vzťah opačný. Systematicky najvyššie odhady rizika produkuje 50 dňová HS (v priemere o takmer 11 % vyššie ako priemerný odhad) a najnižšie VC s 0,94 (o 4 % nižšie ako priemer).

5. 2 Odmocnina priemerného štvorca relatívneho skreslenia

Druhé posudzované kritérium skúma stupeň do akého majú jednotlivé miery rizika tendenciu odchyľovať sa od priemerného odhadu (ARM) pre daný deň. Kritérium možno prirovnať k štandardnej odchýlke, pričom odchýlky predstavujú relatívne odchýlky odhadov jednotlivých prístupov od priemeru všetkých prístu-

pov. Využitím výrazov (7) a (8) možno odmocninu (root mean squared relative bias – RMSRB) pre j -ty prístup formálne zapísať nasledovne:

$$\text{RMSRB}_j = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \text{DRB}_{ij}^2} \quad (9)$$

Výsledky kritéria RMSRB sú uvedené v tabuľke 3 a znázornené v grafe 2.

Tabuľka 3

Odmocnina priemerného štvorca relatívneho skreslenia

Prístup	Priemer	Medián	Min.	Max.	25%	75%	Št. odch.	Šikmos•	Špicatos•
HS 500d	0,116	0,108	0,065	0,200	0,091	0,130	0,034	0,834	-0,165
HS 250d	0,103	0,097	0,063	0,183	0,079	0,123	0,030	0,741	-0,416
HS 125d	0,118	0,121	0,084	0,159	0,101	0,130	0,019	0,063	-0,736
HS 50d	0,243	0,233	0,164	0,350	0,200	0,268	0,054	0,615	-0,746
VC L94	0,142	0,134	0,119	0,194	0,125	0,158	0,021	0,796	-0,656
VC L97	0,081	0,074	0,061	0,119	0,069	0,092	0,015	0,820	-0,566
VC L99	0,042	0,040	0,030	0,055	0,035	0,047	0,007	0,252	-1,110
VC 500d	0,111	0,104	0,067	0,195	0,087	0,126	0,034	0,989	0,073
VC 250d	0,080	0,075	0,058	0,119	0,061	0,096	0,019	0,531	-1,087
VC 125d	0,073	0,068	0,055	0,103	0,061	0,085	0,014	0,526	-1,049
VC 50d	0,111	0,106	0,094	0,148	0,101	0,120	0,014	1,008	-0,197

Graf 2

Odmocnina priemerného štvorca relatívneho skreslenia

Rovnako ako Hendricks (1996) prichádzam k záveru, že vyššie hodnoty v prípade variančno-kovariančnej metódy spôsobujú znižovanie hodnôt kritéria. Najvyššiu priemernú hodnotu kritéria, takmer 24 %, a najvyššiu variabilitu pre rôzne portfóliá vykazuje 50 dňová historická simulácia. Druhú najvyššiu priemernú hodnotu rovnú 14 % nadobúda VC metóda s 0,94, avšak pri menšej variabilite. Minimálne hodnoty vykazuje VC metóda využívajúca exponenciálne vážené priemery s 0,99 pri minimálnej variabilite.

5. 3 Ročná percentuálna volatilita

Tretie kritérium (annualized percentage volatility – APV) meria tendenciu jednotlivých mier rizika meniť sa v čase pre to isté portfólio. Malé hodnoty znamenajú stabilitu odhadu VaR zo dňa na deň a veľké hodnoty vysokú volatilitu odhadov pre to isté portfólio v čase. Výpočet kritéria APV pre j -ty prístup ($j = 1, \dots, m$) možno formálne zapísať:

$$APV_j = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (V_{ij} - \bar{V}_j)^2} \sqrt{250}, \quad (10)$$

kde

$$V_{ij} = \frac{VaR_{ij} - VaR_{i-1j}}{VaR_{i-1j}},$$

pričom VaR_{ij} je odhad VaR v čase i , j -tým prístupom a

$$\bar{V}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n V_{ij}$$

Výsledky kritéria APV sú zobrazené v grafe 3 a uvedené v tabuľke 4.

Graf 3

Ročná percentuálna volatilita

Tabuľka 4

Ročná percentuálna volatilita

Prístup	Priemer	Medián	Min.	Max.	25%	75%	Št. odch.	Šikmos•	Špicatos•
HS 500d	0,130	0,128	0,089	0,197	0,114	0,144	0,020	0,468	-0,063
HS 250d	0,220	0,221	0,129	0,333	0,198	0,246	0,038	-0,051	-0,007
HS 125d	0,402	0,403	0,243	0,534	0,345	0,442	0,066	0,069	-0,644
HS 50d	1,040	1,014	0,589	1,600	0,923	1,170	0,193	0,389	0,170
VC L94	0,846	0,826	0,703	1,035	0,761	0,923	0,097	0,427	-1,034
VC L97	0,434	0,418	0,345	0,565	0,381	0,480	0,063	0,558	-0,833
VC L99	0,169	0,165	0,127	0,228	0,157	0,179	0,024	0,620	0,223
VC 500d	0,103	0,104	0,072	0,119	0,099	0,113	0,013	-0,806	0,052
VC 250d	0,122	0,124	0,096	0,137	0,122	0,129	0,010	-1,276	0,855

VC 125d	0,190	0,184	0,152	0,250	0,178	0,200	0,023	0,878	0,450
VC 50d	0,434	0,420	0,364	0,540	0,392	0,472	0,051	0,576	-0,842

Rovnako ako Hendricks (1996) dospievam k záveru, že so zvyšujúcim sa počtom dní, ktoré sa využijú na výpočet VaR, sa volatilita odhadov v čase znižuje. Podobne ako v prípade kritéria RMSRB, najvyššie hodnoty kritéria APV dosahujú 50 dňová HS (priemerne 1,04) a VC metóda s 0,94 (priemerne 0,846).

5. 4 Podiel krytých výsledkov

Štvrté posudzované kritérium (fraction of outcomes covered – FOC) meria primárny cieľ VaR – overuje, či VaR naozaj kryje výsledky portfólia tak ako má. FOC sa vypočíta ako podiel počtu odhadov, kde je skutočne zaznamenaná strata hodnoty portfólia menšia ako odhad k celkovému počtu odhadov (v tomto príspevku 951). Formálne možno výpočet FOC pre j -ty prístup zapísať:

$$FOC_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 1_{D_i \leq VaR_{ij}}, \quad (11)$$

kde $1_{D_i \leq VaR_{ij}}$ je funkcia nadobúdajúca hodnotu 1 ak je výraz v zátvorke pravda a 0 ak je nepravda, D_i je skutočná zmena hodnoty portfólia (absolútny výnos) v čase i oproti času $i-1$ a VaR_{ij} je odhad VaR v čase i , j -tým prístupom. Výsledky kritéria FOC sú uvedené v tabuľke 5 a znázornené v grafe 4.

Tabuľka 5

Podiel krytých výsledkov

Prístup	Priemer	Medián	Min.	Max.	25%	75%	Št. odch.	Šikmos•	Špicatos•
HS 500d	0,954	0,953	0,941	0,970	0,950	0,959	0,006	0,344	-0,695
HS 250d	0,955	0,956	0,943	0,965	0,952	0,960	0,005	-0,330	-0,829
HS 125d	0,956	0,956	0,948	0,964	0,954	0,958	0,003	-0,005	-0,521
HS 50d	0,962	0,962	0,955	0,968	0,959	0,963	0,003	0,165	-0,742
VC L94	0,950	0,950	0,934	0,967	0,942	0,958	0,008	0,116	-1,466
VC L97	0,954	0,955	0,942	0,968	0,947	0,960	0,007	0,104	-1,254
VC L99	0,957	0,959	0,944	0,968	0,950	0,963	0,007	-0,215	-1,448
VC 500d	0,957	0,959	0,944	0,968	0,950	0,964	0,007	-0,274	-1,422
VC 250d	0,957	0,959	0,943	0,970	0,948	0,963	0,008	-0,165	-1,471
VC 125d	0,956	0,957	0,944	0,967	0,951	0,962	0,006	-0,077	-1,330
VC 50d	0,951	0,952	0,938	0,964	0,944	0,958	0,007	-0,037	-1,474

Najlepšie priemerné výsledky primárneho kritéria dosahuje VC metóda s 0,94s dokonalým priemerným krytím. Jediným nedostatkom je relatívne vyššia variabilita pre rôzne portfóliá. Stredných 50 % hodnôt sa však nachádza v rozpätí od 94 % do 96 %, minimálne krytie predstavuje 93,4 % a maximálne 96,7 %. Všetky ostatné prístupy produkujú systematicky nadmerné krytie, pričom 50 dňová HS s priemerom 96,2 %, ale aj nízkou variabilitou. Výsledky sa líšia od zistení Hendricksa (1996), kde bola dominantná 1 250 dňová HS, pričom VC metóda s 0,94 nedosahovala požadované priemerné krytie.

Graf 4
Podiel krytých výsledkov

5. 5 Priemerný násobok chvostovej udalosti k miere rizika

Piate kritérium (average multiple of tail event to risk measure – AMTE) meria veľkosti strát, ktoré presiahli odhadovaný VaR. Chvostová udalosť je definovaná ako najväčšie percento strát merané relatívne k príslušnému odhadu. Napr. ak sa VaR rovná 1,5 mil. CZK a skutočný výsledok portfólia je strata 3 mil. CZK, veľkosť straty vo vzťahu k odhadu VaR bude $3/1,5 = 2$. Priemer 5 % najväčších takýchto pomerov sa rovná hodnote kritéria AMTE pre 95% odhady VaR. Výsledky kritéria AMTE sú uvedené v tabuľke 6 a znázornené v grafe 5.

Tabuľka 6
Priemerný násobok chvostovej udalosti k miere rizika

Prístup	Priemer	Medián	Min.	Max.	25%	75%	Št. odch.	Šikmosť	Špicatosť
HS 500d	1,369	1,352	1,131	1,694	1,268	1,448	0,134	0,613	-0,335
HS 250d	1,365	1,334	1,168	1,642	1,263	1,462	0,121	0,574	-0,728
HS 125d	1,373	1,342	1,194	1,578	1,310	1,434	0,088	0,605	-0,515
HS 50d	1,302	1,273	1,189	1,450	1,252	1,365	0,071	0,548	-0,978
VC L94	1,378	1,364	1,249	1,581	1,270	1,472	0,108	0,452	-1,107
VC L97	1,342	1,318	1,217	1,542	1,238	1,435	0,107	0,499	-1,097
VC L99	1,319	1,287	1,197	1,539	1,225	1,410	0,108	0,685	-0,873
VC 500d	1,319	1,282	1,170	1,609	1,207	1,403	0,123	0,797	-0,464
VC 250d	1,328	1,292	1,185	1,598	1,220	1,412	0,122	0,733	-0,671
VC 125d	1,338	1,311	1,212	1,563	1,245	1,414	0,104	0,659	-0,734
VC 50d	1,388	1,372	1,221	1,634	1,260	1,499	0,133	0,411	-1,100

Rovnako ako Hendricks (1996) prichádzam k záveru, že hodnoty kritéria v prípade VC metódy sa zvyšujú ako sa dôraz na nedávne pozorovania zvyšuje. V prípade HS tento vzťah hlavne dôsledkom 50 dňovej historickej simulácie (ktorú Hendricksov výskum nezahrňal) neplatí.

Graf 5

Priemerný násobok chvostovej udalosti k miere rizika

5. 6 Maximálny násobok chvostovej udalosti k miere rizika

Maximálny násobok chvostovej udalosti k miere rizika (maximum multiple of tail event to risk measure – MMTE) je jednoduchšou obdobou kritéria AMTE a vypočíta sa:

$$MMTE_j = \max \frac{D_i}{-VaR_{ij}} \text{ pre } i = 1, \dots, n, \quad (12)$$

kde D_i predstavuje skutočne zaznamenanú zmenu hodnoty portfólia (absolútny výnos) v čase i oproti času $i-1$ a VaR_{ij} odhad VaR pre i -ty deň j -tým prístupom.

Na rozdiel od predchádzajúcich kritérií sú výsledky tohto pre všetky prístupy veľmi podobné. Stredné hodnoty MMTE sa pohybujú okolo 3, pričom maximálne hodnoty prekračujú 5, to znamená, že strata bola 5-násobne vyššia ako odhad. Výsledky kritéria MMTE sú uvedené v tabuľke 7 a znázornené v grafe 6.

Tabuľka 7

Maximálny násobok chvostovej udalosti k miere rizika

Prístup	Priemer	Medián	Min.	Max.	25%	75%	Št. odch.	Šikmos•	Špicatos•
HS 500d	2,913	2,747	1,675	5,659	2,342	3,103	0,855	1,331	1,452
HS 250d	2,966	2,736	1,716	5,479	2,377	3,265	0,834	1,130	0,774
HS 125d	3,026	2,717	1,726	5,322	2,512	3,271	0,833	1,254	0,700
HS 50d	3,230	3,037	1,807	5,159	2,490	3,877	0,936	0,537	-0,919
VC L94	2,913	2,747	1,675	5,659	2,342	3,103	0,855	1,331	1,452
VC L97	2,966	2,736	1,716	5,479	2,377	3,265	0,834	1,130	0,774
VC L99	3,026	2,717	1,726	5,322	2,512	3,271	0,833	1,254	0,700
VC 500d	3,230	3,037	1,807	5,159	2,490	3,877	0,936	0,537	-0,919
VC 250d	2,913	2,747	1,675	5,659	2,342	3,103	0,855	1,331	1,452
VC 125d	2,966	2,736	1,716	5,479	2,377	3,265	0,834	1,130	0,774
VC 50d	3,026	2,717	1,726	5,322	2,512	3,271	0,833	1,254	0,700

Graf 6

Maximálny násobok chvostovej udalosti k miere rizika **5. 7 Korelácia medzi mierou rizika a absolútnou hodnotou výsledku**

Posledné kritérium hodnotí ako sa miera rizika mení a prispôsobuje zmenám rizika, ktoré má mera*. Inými slovami, do akej miery zmeny odhadov VaR korešpondujú so skutočnými zmenami rizika portfólia v čase. Na túto otázku sa pokúsim odpoveda* tak, že určím korelačný koeficient medzi mierami VaR a absolútnou hodnotou výsledkov portfólia. Výsledky kritéria sú uvedené v tabuľke 8 a znázornené v grafe 7.

Tabuľka 8

Korelácia medzi mierou rizika a absolútnou hodnotou výsledku

Prístup	Priemer	Medián	Min.	Max.	25%	75%	Št. odch.	Šikmos*	Špicatos*
HS 500d	0,093	0,123	-0,147	0,216	-0,004	0,193	0,104	-0,521	-1,118
HS 250d	0,112	0,103	-0,043	0,247	0,031	0,209	0,093	0,030	-1,488
HS 125d	0,114	0,111	-0,029	0,257	0,059	0,178	0,078	-0,075	-0,891
HS 50d	0,100	0,095	0,022	0,253	0,048	0,133	0,059	0,760	-0,062
VC L94	0,190	0,196	0,135	0,249	0,147	0,226	0,040	-0,024	-1,482
VC L97	0,177	0,184	0,106	0,256	0,123	0,219	0,050	-0,048	-1,405
VC L99	0,154	0,153	0,068	0,246	0,098	0,211	0,059	0,049	-1,323
VC 500d	0,087	0,122	-0,092	0,200	-0,032	0,189	0,104	-0,405	-1,444
VC 250d	0,123	0,111	0,011	0,240	0,047	0,209	0,081	0,124	-1,555
VC 125d	0,136	0,129	0,046	0,242	0,072	0,200	0,066	0,190	-1,334
VC 50d	0,138	0,138	0,050	0,250	0,072	0,196	0,066	0,170	-1,286

Zloženie portfólia výrazne ovplyvňuje hodnotu kritéria. Existuje mnoho portfólií, pre ktoré niektoré prístupy vyprodukujú také odhady, že korelácia je negatívna, čo predstavuje neželaný jav. Využitie kratšieho obdobia vedie k odhadom, ktoré vykazujú vyššiu koreláciu s absolútnou hodnotou výsledkov. Na druhej strane miery rizika využívajúce veľký počet dní produkujú odhady rizika prakticky nekorelované s absolútnymi hodnotami výsledkov. Dominantným prístupom so strednou

hodnotou takmer 0,2 a minimálnou variabilitou je VC metóda s
všetky závery sú v súlade so zisteniami Hendricksa (1996).

0,94. Prakticky

Graf 7

Korelácia medzi mierou rizika a absolútnou hodnotou výsledku

6. Záver

Na výpočet hodnoty v riziku existuje mnoho prístupov, žiaden sa ale nepovažuje za univerzálne najlepší. V článku sa skúma výkonnosť 11 prístupov na odhad jednoduchového 95% VaR menových portfólií tvorených z pozícií v EUR a USD voči CZK. Pretože menové portfólio pozostáva z lineárnych nástrojov (hodnota portfólia je lineárnou funkciou kurzov CZK/EUR a CZK/USD) využívam na výpočet VaR iba historickú simuláciu a variančno-kovariančnú metódu. Zložitejšiu Monte Carlo simuláciu by bolo nutné využiť napr. v prípade portfólia, ktoré obsahuje opcie.

Využitím historických údajov za takmer 6 rokov (od zavedenia eura) som na vzorke 1 000 náhodných portfólií využitím siedmich kritérií zhodnotil výkonnosť jednotlivých prístupov na výpočet VaR. S minimálnou nutnou dávkou zjednodušenia možno povedať, že najvhodnejším prístupom na výpočet jednoduchového 95% VaR menových portfólií tvorených z pozícií v EUR a USD je variančno-kovariančná metóda využívajúca koncepciu exponenciálne vážených priemerov s faktorom útlmu 0,94. Tento prístup produkuje systematicky najnižšie odhady rizika, často odlišujúce sa od priemerného odhadu, pri vysokej časovej variabilite. Prístup zároveň dosahuje dokonalé krytie a najvyššiu koreláciu medzi odhadmi rizika a absolútnymi výsledkami. Výsledky Monte Carlo simulácie nepreukázali negatívne dopady porušenia predpokladu multivariačného normálneho rozdelenia výnosov trhových faktorov na použiteľnosť variančno-kovariančnej metódy.

Literatúra

- Beder, T. S.:** VaR: Seductive but Dangerous. *Financial Analyst Journal*, 1995, č. 9-10, s. 12-24.
- Boudoukh, J., Richardson, M., Whitelaw, R.:** The Best of Both Worlds. *RISK*, 1998, č. 11, s. 64-67.
- Figlewski, S.:** Forecasting Volatility Using Historical Data. New York, New York University 1994 (Working Paper No. 13).
- Hallerbach, W. G.:** *Decomposing Portfolio Value-at-Risk: A General Analysis*. Rotterdam, Erasmus University 1999(Working Paper).
- Hendricks, D.:** Evaluation of Value at Risk Models Using Historical Data. *Federal Reserve Bank of New York Economic Policy Review*, 1996, č. 4, s. 39-69.
- Jílek, J.:** *Finanční rizika*. Praha, Grada 2000.
- Jorion, P.:** *Value at Risk: The New Benchmark for Controlling Market Risk*. New York, McGraw-Hill 2000.
- Linsmeier, T., Pearson, N.:** Risk Measurement: An Introduction to Value at Risk. Urbana-Champaign, University of Illinois 1996 (Working Paper).
- Longerstaey, J.:** *RiskMetrics Technical Document*. New York, J. P. Morgan 1996.
- Manganelli, S., Engle, R. F.:** Value at Risk Models in Finance. Frankfurt/M., European Central Bank 2001 (Working Paper No. 75).
- Markowitz, H.:** Portfolio Selection. *Journal of Finance*, 1948, č. 3, s. 77-91.

COMPARISON OF APPROACHES FOR VALUE-AT-RISK ESTIMATION OF FOREIGN EXCHANGE PORTFOLIOS

Marián RIMARČÍK, University of Economics Bratislava, Faculty of Business Administration in Košice, Tajovského 13, SK – 040 30 Košice (e-mail: marian@rimarcik.com).

Abstract:

In this paper historical performance of eleven approaches for estimation of one-day 95% value-at-risk is evaluated. Random sample of 1000 foreign exchange portfolios consisting of positions in EUR and USD with CZK as a base currency was considered. Since foreign exchange portfolio consists of linear instruments, historical simulation and the variance-covariance method for VaR estimation were investigated. Performance of all approaches was evaluated using seven performance criteria. With minimal degree of simplification we can say that variance-covariance method using exponentially weighted averages with 0,94 is the best approach. This approach produces risk estimates which are systematically lowest ones and with high time volatility. It also achieves perfect coverage (95 %) and the highest correlation between risk measure and absolute value of the outcome. RiskMetrics variance-covariance approach was dominant in spite of violation of normality assumption.

Keywords: value-at-risk, historical simulation, variance-covariance method, Monte Carlo simulation

JEL Classification: C22, G21, G22