MODEL NEPOZOROVANÝCH KOMPONENT A JEHO VYUŽITÍ PŘI IDENTIFIKACI SPOLEČNÝCH TRENDŮ ČASOVÝCH ŘAD

Josef ARLT, Petr POKORNÝ, Vysoká škola ekonomická v Praze

1. Úvod

Jedním z důležitých úkolů analýzy vícerozměrných nestacionárních ekonomických časových řad je identifikace jejich dlouhodobých vztahů, tj. vztahů, které s postupujícím časem nemizí. Problematika dlouhodobých vztahů časových řad úzce souvisí s pojmem rovnovážný stav. Jedná se o stav, ke kterému je systém neustále přitahován. Statistické vyjádření tohoto stavu se označuje jako kointegrace časových řad. Kointegrace indikuje přítomnost tzv. společných stochastických trendů. Jestliže analyzovaná skupina / časových řad není kointegrovaná, každá časová řada má svůj trend a existuje tedy / individuálních stochastických trendů. Existence r kointegračních vztahů znamená, že časové řady v systému jsou svázané společnými trendy, kterých je $I-r$. Jsou-li tedy např. kointegrované dvě časové řady, mají jeden společný trend.

V poslední době se ukazuje, že společné trendy mohou být v ekonomické praxi velice zajímavou informací. Z ekonomického hlediska je např. důležité vyjádření některých makroekonomických časových řad v tzv. gapovém tvaru. Existuje přitom mnoho způsobů, jak takovou transformaci získat. Tradičně se „gap“ vypočítá jako rozdíl časové řady a jejího individuálního trendu, který se získá např. pomocí Hodrickova-Prescottova filtru. V práci Arlta, Guby a Radovského (2004) však byla použita relativně nová metoda. Vyšlo se v ní z modelu poptávky po penězích v České republice (ČR), který byl vytvořen na základě logaritmu reálných časových řad M2, hrubého domácího produktu (HDP) v sezónně očištěné formě a čtvrtletní časové řady 1R PRIBOR. Na základě kointegrační analýzy byla indikována přítomnost jednoho kointegračního vztahu, tzn. že časové řady v systému sdílely dva společné trendy. Společné trendy odhadnuté „klasickým“ způsobem na základě modelu VMA pak byly využity k výpočtu M2 v „gapové“ formě, tzv. převisu/deficitu M2.

V současnosti jsou při analýze ekonomických časových řad velice populární tzv. modely nepozorovaných komponent. Rovněž společné trendy lze chápat jako jistý druh nepozorovaných složek, proto se někteří autoři (viz např. Garratt, Pierse, 1996) pokusili tyto modely využít pro získání jejich odhadu. Cílem této práce, která navazuje na výše zmíněnou studii Arlta, Guby, Radovského (2004), je aplikace modelu nepozorovaných komponent k získání alternativního odhadu společných trendů časových řad, které vstupují do modelu poptávky po penězích v ČR, a na základě takto získaných společných trendů odvodit modifikované „gapové“ formy analyzovaných časových řad.

*) Studie vznikla za podpory grantu GAČR 402/03/1292.

2. Kointegrace a společné trendy v modelu nepozorovaných komponent (UC)

Uvažujme I -rozměrnou časovou řadu y_t , ve které se nachází r kointegračních vztahů. V modelu VEC (vektorový model korekce chyby) tyto vztahy zachycuje matice Φ o hodnotě r . V této situaci časové řady sdílí $I-r$ společných trendů (např. Arlt, 1999). Model UC takové časové řady (Garratt, Pierse, 1996) lze vyjádřit ve formě

$$y_t = \tilde{\alpha}_t + \tilde{\beta}_t + \tilde{\gamma}_t + \tilde{\delta}_t \quad (1)$$

$$\tilde{\alpha}_t = \tilde{\alpha}_1 + \tilde{\alpha}_2 + \tilde{\alpha}_3 + \tilde{\alpha}_4 \quad (2)$$

$$\tilde{\beta}_t = \tilde{\beta}_1 + \tilde{\beta}_2 + \tilde{\beta}_3 \quad (3)$$

kde $\tilde{\alpha}_t ((I-r) \times 1)$ je vektor *společných trendů*, $\tilde{\beta}_t (I \times (I-r))$ je matice váhových faktorů, pro kterou platí $\tilde{\beta}_t = 0$, $\tilde{\gamma}_t ((I-r) \times 1)$ je vektor zachycující míru růstu společných trendů a $\tilde{\delta}_t$ je vektor úrovnových konstant. Forma matice $\tilde{\beta}_t$, která je dolní trojúhelníková s jedničkami na diagonále, tj. $\tilde{\beta}_{ij} = 0$, $j < i$ a $\tilde{\beta}_{ij} = 1$, $j = i$, zajišťuje, že první časová řada je ovlivněna pouze prvním společným trendem, druhá časová řada dvěma společnými trendy atd. Kovarianční matice $\tilde{\alpha}_t$ a $\tilde{\beta}_t$ jsou v této formulaci diagonální a společné trendy tudíž nejsou korelované. Standardní požadavek na tyto matice je, aby byly pozitivně definitní.

Pro odhad parametrů modelu UC společných trendů je vhodné použít obecný Gaussův lineární model „state space“ ve standardním tvaru

$$y_t = Hx_t + Du_t + Cv_t \quad (4)$$

$$x_{t+1} = Ax_t + u_t + Ew_t \quad (5)$$

kde $y_t (I \times 1)$ je vektor časových řad, x_t je $(m \times 1)$ vektor stavových proměnných, $u_t (k \times 1)$ je vektor vysvětlujících proměnných a $w_t (q \times 1)$, $v_t (p \times 1)$ jsou nezávislé vektorové procesy bílého šumu, pro které platí $w_t \sim iid(0, Q)$, $v_t \sim iid(0, R)$, $cov(w_t, v_t) = S$. Matice $Q (q \times q)$ a $R (p \times p)$ jsou pozitivně definitní. Matice $\tilde{\alpha}_t$ má rozměr $(m \times m)$, $\tilde{\beta}_t (m \times k)$, $E (m \times q)$, $H (I \times m)$, $D (I \times k)$ a $C (I \times p)$. Rovnice (5) se označuje jako *stavová rovnice* („state-equation“) a připomíná model VAR(1). Rovnice (4) se označuje jako *rovnice pozorování* („observation equation“) a strukturou připomíná statický lineární regresní model.

Matice a vektory modelu UC (1) – (3) ve formě obecného „state-space“ modelu (4),(5) mají formu

$$y_t = \begin{pmatrix} y_{1t} \\ \vdots \\ y_{It} \end{pmatrix}, H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix},$$

$$x_t = \begin{pmatrix} \tilde{\alpha}_t \\ \tilde{\beta}_t \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \tilde{\alpha}_{t+1} \\ \tilde{\beta}_{t+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{\alpha}_t \\ \tilde{\beta}_t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \tilde{\beta}_t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \tilde{\gamma}_t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \tilde{\delta}_t \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} \tilde{\alpha}_t \\ \tilde{\beta}_t \end{pmatrix} \quad (6)$$

3. Identifikace společných trendů časových řad modelu poptávky po penězích v České republice v letech 1994 – 2004

Model poptávky po penězích v České republice byl vytvořen na základě logaritmu reálných časových řad M2 ($m2r$), HDP ($hdpr$) v sezónně očištěné formě a čtvrt-

Model poptávky po penězích, který tvoří kointegrovaný systém tří časových řad ($m2r$, $hdpr$, $s1r$) se dvěma společnými trendy, lze zapsat do následující formy „state space“

[illegible]

$$Q = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ w_1 & 2 \\ 0 & w_2 \end{pmatrix}, R = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, S = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$
$$\begin{matrix} & & 2 & & & & \\ & & v_1 & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ R & S & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & \\ S^T & Q & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & \\ & & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & \\ & & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & \\ & & & & & & w_2 & \end{matrix} \quad (7)$$

Tabulka 1

Proměnná		o	(v)
<i>m2r</i>	1	8,2391	0,001600
<i>hdpr</i>	0,7623 1	4,796	0,015754
<i>S1r</i>	-0,09854 1,8645	-3,6915	0,000211

Společný trend	(w)
<i>m2r</i>	0,016156
<i>hdpr</i>	0.006069

50 ● POLITICKÁ EKONOMIE, 1, 2006

vých řad jako lineární kombinace společných trendů. Graf 1 zachycuje vývoj reálné M2 a trendu, graf 2 vývoj reálného HDP a trendu v nelogaritmované formě.

Graf 1

Reálná M2 vs. trend, M2 převis/deficit

Graf 2

Reálný HDP vs. trend, HDP převis/deficit

4. Možnosti praktického využití společných trendů

4.1 Odhad převisu/deficitu M2 a jeho význam pro indikaci inflačních/deflačních tendencí

V práci Arlta, Guby, Radkovského (2004) bylo zdůvodněno, že reálné M2 v „gapové“ podobě, tzv. převis/deficit M2, který je vypočítán jako rozdíl reálné M2 a jejího trendu, lze využít pro indikaci inflačních/deflačních rizik. Základním předpokladem pro praktickou aplikaci převisu/deficitu M2 pro indikaci inflačních rizik je jistá podobnost s mírou inflace, důležitá je však také skutečnost, zda podobnost obou časových řad je při určitém zpožděném převisu/deficitu M2, nebo• potom by jej bylo možné chápat jako předstihový indikátor.

Významnou roli v procesu indikace inflačních rizik však hrají také statistické vlastnosti časové řady převisu/deficitu M2. Jedná se zpravidla o stacionární časovou řadu s nulovou nepodmíněnou střední hodnotou. Vlastností každé stacionární časové řady je, že její hodnoty kolísají kolem nepodmíněné střední hodnoty, kladné odchylky jsou tedy střídány odchylkami zápornými. Rychlost střídání těchto odchylek závisí na autokorelační struktuře časové řady, která současně vyjadřuje systematickou složku. Je-li autokorelace silnější, je také systematická složka výraznější a oscilace jsou pomalejší, při slabší autokorelaci jsou naopak oscilace

rychlejší. Lze tedy konstatovat, že je-li v současnosti odchylka od nepodmíněné střední hodnoty kladná, v budoucnosti bude s určitou pravděpodobností záporná.

Na grafu 3 je zachycen průběh převisu/deficitu M2 v prvním zpoždění a čtvrtletní míry inflace počítané jako relativní přírůstek indexu spotřebitelských cen (korelační koeficient je při nulovém zpoždění -0,02 a při zpoždění jednoho čtvrtletí 0,36). Z tohoto grafu je zřejmá podobnost vývoje časových řad zejména v obdobích relativně vysoké míry inflace, tj. na přelomu let 1995 a 1996 a v roce 1997. V následujících letech již tak výraznou podobnost nenajdeme, je však třeba konstatovat, že v tomto období také žádné výrazné inflační riziko nehrozilo. Hypotézu, že indikační schopnosti převisu/deficitu M2 rostou v obdobích výraznějšího inflačního rizika, potvrzuje také rekurzivně počítaný korelační koeficient vztahu převisu/deficitu M2 v prvním zpoždění a míry inflace: 4/1997: 0,62, 4/1998: 0,67, 4/1999: 0,63, 4/2000: 0,62, 4/2001: 0,54, 4/2002: 0,45, 4/2003: 0,41, 4/2004: 0,35.

Graf 3
Převis/deficit M2 vs. míra inflace

Pozn: Časové řady jsou normované na nulový průměr a jednotkový rozptyl.

Autokorelační funkce indikuje, že převis/deficit M2 je stacionární časová řada typu bílého šumu, tj. časová řada, která neobsahuje žádnou systematickou složku. Její kolísání kolem nepodmíněné střední hodnoty je proto rychlé. Tato skutečnost je v souladu s poměrně značnou variabilitou časové řady míry inflace a souvisí také s relativně krátkým analyzovaným obdobím.

4. 2 Využití mezery HDP v Nové keynesovské Phillipsově křivce

V nedávné době se v oblasti modelování inflační dynamiky objevily nové koncepce, které vycházejí z významného proudu ekonomického myšlení, z tzv. nové keynesovské makroekonomie. Tato ekonomická škola přinesla v průběhu 80. a 90. let minulého století řadu originálních interpretací ekonomických problémů, k nimž patří také otázky vztahu inflace a dynamiky reálné ekonomické aktivity.

Nová keynesovská Phillipsova křivka (dále NKPC) má formu

$$\pi_t = mcreal_t - E_t \pi_{t+1} \quad (8)$$

kde π_t je míra inflace, $mcreal_t$ jsou reálné mezní náklady firem a $E_t \pi_{t+1}$ je očekávaná míra inflace v čase t , odvození lze nalézt např. v práci Arlta, Plašila, Horského (2005). Je teoreticky zdůvodněno, že parametry α a β nabývají kladných hodnot. Reálné mezní náklady firem je ukazatel, který je teorií přesně definován, v praxi je ale obtížně měřitelný. Je však ukázáno, viz např. Galí, Gertler (1999), že je možné jako proxy proměnnou použít produkční mezeru. Vzhledem ke kladné hodnotě pa-

rametru by měl být tedy vztah mezi mírou inflace a produkční mezerou přímo úměrný.

Graf 4 zachycuje míru inflace a reálný HDP v „gapové“ podobě, tzv. mezeru reálného HDP, v podmínkách České republiky. Je-li mezeru ve třetím zpoždění, ukazuje se, že do roku 1999 je její vztah s mírou inflace spíše nepřímý úměrný, jako zřetelně přímo úměrný se jeví od roku 1999. Tento závěr je subjektivní, vzhledem k nedostatečné datové základně se pomocí statistických a ekonometrických metod nepodařilo blíže specifikovat charakter tohoto vztahu. Delší časové řady, jakož i jiná frekvence (roční) sledování jejich hodnot by mohly vést k věrohodnějším závěrům. Je však třeba konstatovat, že výzkum v této oblasti není uzavřen a z řady empirických prací vyplývá, že předpoklad o proporcionalitě mezních nákladů a produkční mezery nemusí být správný (viz Sbordoné, 2001).

Graf 4

Mezera reálného HDP (ve třetím zpoždění) vs. míra inflace

Pozn: Časové řady jsou normované na nulový průměr a jednotkový rozptyl.

5. Závěr

V této práci, která navazuje na studii Arlta, Guby, Radovského (2004), jsme aplikovali model nepozorovaných komponent za účelem odhadu společných trendů časových řad vstupujících do modelu poptávky po penězích v České republice. Na základě odhadnutých společných trendů jsme transformovali analyzované časové řady a stručně popsali dvě možnosti jejich aplikace.

Při porovnání našeho odhadu s výsledky dosaženými v práci Arlta, Guby, Radovského (2004) lze konstatovat, že model nepozorovaných komponent lépe vyhlazuje (byl použit Kalmanův filtr) danou časovou řadu. Při praktické aplikaci výsledků, tj. časových řad transformovaných do podoby převisu/deficitu M2, resp. mezery reálného HDP, se i zde setkáváme se zásadním problémem, s příliš krátkými časovými řadami.

Ve srovnání s jednorozměrnými metodami by prezentovaná metoda měla být objektivnější v tom smyslu, že je schopna reflektovat existenci dlouhodobých kointegračních vztahů mezi časovými řadami. Na druhé straně je však charakter těchto vztahů dán mírou komplexnosti modelu a v praxi může být někdy obtížné optimální model sestavit, zejména když nejsou k dispozici dostatečně dlouhé časové řady.

Existence této relativně nové metody ukazuje, že problematika odhadu trendů časových řad je stále otevřená a výzkum v této oblasti bude dále pokračovat.

Literatura

- Arlt, J.:** *Moderní metody modelování ekonomických časových řad*. Grada Publishing, Praha 1999.
- Arlt, J., Guba, M., Radkovský, Š., Sojka, M., Stiller, V.:** Selected Factors Influencing the Money Demand Development in the Czech Republic in 1994 – 2000. *Prague Economic Papers*, 2002, č. 1, s. 39-56.
- Arlt, J., Guba, M., Radkovský, Š.:** Využití metody peněžního převisu/deficitu k indikaci inflačních rizik. *Politická ekonomie*, 2004, č. 2, s. 183-189.
- Beveridge, S., Nelson, C. R.:** A New Approach to Decomposition of Economic Time Series into Permanent and Transitory Components with Particular Attention to Measurement of the Business Cycle. *Journal of Monetary Economics*, 1981, č. 7, s. 151-174.
- Durbin, J., Koopman, S. J.:** *Time Series Analysis by State Space Methods*. Oxford, Oxford University Press 2001.
- Galí, et al.:** European Inflation Dynamics. *European Economic Review*, 2001, č. 7, s. 1237-1270.
- Galí, J., Gertler, M.:** Inflation Dynamics: A Structural Econometric Analysis. *Journal of Monetary Economics*, 1999, č. 44, s. 195-222.
- Garratt, A., Pierse, R. G.:** Common Stochastic Trends, Cycles and Sectoral Fluctuations: A Study of Output in the UK. *Proceedings of the Seventh World Congress of the Econometric Society in Tokyo* 1996.
- Harvey, A. C.:** *Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter*. Cambridge, UK, Cambridge University Press 1989.
- Sbordone, A. M.:** An Optimizing Model of U.S. Wage and Price Dynamics. Rutgers, The State University of New Jersey, mimeo 2001.
- Stock, J. H., Watson, M. W.:** Variable Trends in Economic Time Series. *Journal of Economic Perspectives*, 1988, č. 2, s. 147-174.
- Vahid, F., Engle, R. F.:** Common Trends and Common Cycles. *Journal of Applied Econometrics*, 1993, č. 8, s. 341-360.

THE MODEL OF UNOBSERVABLE COMPONENTS AND ITS USE FOR IDENTIFICATION OF TIME SERIES COMMON TRENDS

Josef ARLT, Petr POKORNÝ, University of Economics, 4, W. Churchill Sq., CZ – 130 67 Prague 3 (e-mail: arlt@vse.cz, petr.pokorny@pmintl.com).

Abstract:

The co-integration of time series indicates the presence of their common trends. For analytical purpose it is important to transform some time series into gap form. This transformation can be received as a difference between the time series and the common trends. The model of demand for money in Czech Republic created by real M2, real GDP and 1R PRIBOR time series contains two common trends. These trends are estimated from the state space form of unobservable components model. The gap transformations of real M2 and real GDP series can be used for identification of inflation risks. The relatively high correlation was found between gap form of M2 and rate of inflation. The relationship between gap form of GDP and rate of inflation is not so close.

Keywords: common trends, model of unobservable components, state-space, gap, inflation

JEL Classification: E41, E31, C32